FASIT
Ukeoppgave FYS 1000 uke 6 vår 2010

Oppgave 1

a) Farten v_1 finner vi ved energibetraktning:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2, \text{ som gir } \quad v_1 = \sqrt{2gh}.$$

b) Ved støtet er bevegelsesmengden bevart, dvs. $mv_1 = (m+M)v_2$. Den felles farten v_2 blir da: $v_2 = v_1 \cdot m/(m+M)$.

c)

$$E_2 = \frac{1}{2}(m+M)v_2^2 = \frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \cdot v_1^2 = \frac{m}{m+M}E_1.$$

Dette gir:

$$\frac{(E_2 - E_2)}{E_1} = -\frac{M}{m+M}$$

$\frac{(E_2-E_1)}{E_1}$ har verdier mellom 0 og -1, der 0 betyr at E_1 og E_2 er like og -1 betyr at E_2 er 0.

For $M/m \ll 1$ vil forholdet $(E_2-E_1)/E_1$ nærme seg 0. Når et legeme med stor masse kolliderer (uelastisk) med et legeme med liten masse vil nesten all bevegelsesenergien være bevart.

For $M/m \gg 1$ vil forholdet $(E_2 - E_1)/E_1$ nærme seg -1. Er M uendelig stor (f. eks. en fjellvegg) vil ingen bevegelsesenergi bevares, den går med til deformasjon og oppvarming ved kollisjonen.

Oppgave 2

a) Kulas kinetiske energi E_k i det laveste punktet er:

$$E_k = \frac{1}{2}m\,v^2.$$

b) Siden ingen bremsende krefter virker er kulas totale mekaniske energi bevart. E_k er derfor lik differansen i kulas potensielle energi i startpunktet og i det laveste punktet, $E_p = m\,g\,l$:

$$m\,g\,l = \frac{1}{2}m\,v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2\,g\,h}.$$

c) I hele prosessen er den totale energien bevart. Kulas totale energi i sirkelbanens øverste punkt (kinetisk og potensiell) er derfor lik den potensielle energien i startpunktet (eller lik E_k i oppgave a)):

$$m\,g\,l = \frac{1}{2}m\,v_2^2 + m\,g\,2(l - h),$$

som gir:

$$v_2 = \sqrt{2\,g(2h - l)}.$$

d) For at kula skal følge en sirkelbane etter å ha passert det øverste punktet må sentripetalakselerasjonen være større eller lik tyngdens akselerasjon g (dvs. snora må være stram). Banens radius r er lik $r = l - h$, og sentripetalakselerasjonen for sirkelbevegelsen blir derfor lik $v_2^2/(l-h)$ ("v^2/r"). Kravet $v_2^2/(l-h) \geq g$ gir derfor:

$$\frac{2\,g(2h\;-\;l))}{l\;-\;h} \geq g \;\Rightarrow\; 2(2h\;-\;l) \geq l\;-\;h \;\Rightarrow\; h \geq \frac{3}{5}\,l.$$

Oppgave 3

a) Loppas konstante akselerasjon a i tidsrommet Δt er lik

$$a \;=\; \frac{\Delta v}{\Delta t} \;=\; \frac{1\text{ m/s}}{10^{-3}\text{ s}} \;=\; 10^3\text{ m/s}^2\;(=\;\;\text{ca. }100\;g).$$

Høyden h som loppa hopper er gitt ved to ledd, en (liten) høyde under akselerasjonen pluss en stor høyde etter at loppas ben har forlatt bakken:

$$h \;=\; \frac{1}{2}a\Delta t^2 \;+\; \frac{\Delta v^2}{2g} \;=\; \frac{1}{2}\cdot 10^3\cdot 10^{-6} \;+\; \frac{1}{2\cdot 9,8} \;=\; 5,05\text{ cm}.$$

b) Loppas kinetiske energi er lik

$$\frac{1}{2}mv^2 \;=\; \frac{1}{2}0,46\cdot 10^{-6}\text{ kg}\cdot(1\text{ m/s})^2 \;=\; 0,23\cdot 10^{-6}\text{ J}.$$

c) Musklene har en effekt som er 20% av 60 W/kg $\cdot\, 0,46\cdot 10^{-6}$ kg som virker i 10^{-3} s. Den totale utløste muskeleffekten blir derfor lik $5,5\cdot 10^{-9}$ J, hvilket er alt for lite.

d) Den totale effekten som utløses fra de to sammenklemte fjærene er:

$$E_{fjr} \;=\; 2\cdot\frac{1}{2}\cdot kx^2 \;=\; 16\text{ N/m}\cdot(0,12\cdot 10^{-3}\text{ m})^2 \;=\; 0,23\cdot 10^{-6}\text{ J},$$

hvilket er tilstrekkelig.