FASIT
Ukeoppgave FYS 1000 uke 10 vår 2010

Oppgave 1

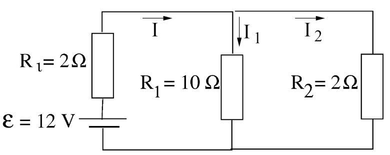
a) Kirchhoffs to regler sier:

   1) summen av strømmen inn i et forgreiningspunkt er null.
   2) potensialfallet rundt en sluttet krets er null.

b) Motstandene R_1 og R_2 er parallellkoblet og kan erstattes av en motstand R, der

$$R \;=\; \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \;+\; R_2} \;=\; 1.67\,\Omega.$$

c) Ved hjelp av Kirchoffs regler kan vi *for eksempel* (det er flere muligheter) sette opp følgende likninger, med strømretninger definert som på figuren:



$$\text{K1: } I = I_1 + I_2 \tag{1}$$
$$\text{K2 på høyre sløyfe: } I_2R_2 - I_1R_1 = 0 \tag{2}$$
$$\text{K2 på ytre sløyfe: } \epsilon - IR_i - I_2R_2 = 0 \tag{3}$$

Løsningen av disse tre likningene er:

$$I_2 \;=\; \frac{R_1\epsilon}{R_1R_2 + R_1R_i + R_2R_i} = 2,73\,\text{A} \tag{4}$$
$$I_1 \;=\; I_2\frac{R_2}{R_1} = 0,546\,\text{A} \tag{5}$$
$$I \;=\; \frac{\varepsilon - I_2R_2}{R_i} = 3,28\,\text{A} \tag{6}$$
$$\tag{7}$$

d) Motstandene R_4 og R_5 er parallellkoblet og kan erstattes av en motstand R, der

$$R \;=\; \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 \;+\; R_5} \;=\; 2\,\Omega.$$

e) Motstandene R_1 og R_2 er seriekoblet, og kan erstattes av en motstand $R' = R_1 + R_2 = 12\,\Omega$.

f) Starter med å forenkle kretsen ved å bytte ut R_4 og R_5 med R og R_i og R_1 med R'. Vi finner de tre strømmene I_1, I_2 og I_3 ved de tre ligningene:

$$\text{K1 i pkt. a: } I_1 \;=\; I_2 \;+\; I_3,$$

$$\text{K2 for den øverste sløyfen: } V_1 \;-RI_2 \;+\; R_3(-I_3) \;=\; 0,$$

$$\text{og K2 for den ytterste sløyfen: } -V_2 \;-R'I_1 \;-\; RI_2 \;=\; 0,$$

Som gir:

$$I_2 = \frac{V_1 R' - V_2 R_3}{R' R_3 + R R_3 + R R'} = 1\,\mathrm{A}$$

$$I_3 = \frac{I_2 R - V_1}{R_3} = -\frac{13}{6}\,\mathrm{A}$$

$$I_1 = -\frac{V_2 + I_2 R}{R'} = -\frac{7}{6}\,\mathrm{A}$$

dvs. strømretningene for I_1 og I_3 var gjettet galt.

g) Spenningsdifferansen $V_{ab} = V_a - V_b = R \cdot I_2 = 2$ V.

h) Effekten P avsatt i motstanden R_5 er $P = V_{ab}^2 / R_5 = 2/3$ W.

Oppgave 2

a) Rett ut for plata er $E = \sigma/(2\epsilon_0)$ som gir $E = Q/(A \cdot 2\epsilon_0) \; = \; 5$ N/C.

b) Vertikalkraft er mg og horisontal kraft er qE. Dette gir:

$$\text{Snordraget } T \; = \; \sqrt{(mg)^2 \; + \; (qE)^2} \; = \; 1,55 \text{ N} \quad \text{og} \quad \tan\theta \; = \; \frac{qE}{mg} \; = \; 0,340,$$

$$\text{som gir } \theta \; = \; 18,8^o.$$

c) På kula virker tyngdekraften mg nedover og Coulumbkraften qE horisontalt mot plata. Vi bruker Newtons 2. lov (for å finne de respektive akselerasjonene) og får bevegelsesligningene:

$$\text{Vertikalt (fall): } \Delta y \; = \; \frac{1}{2} g t^2, \text{ horisontalt: } \Delta x \; = \; \frac{1}{2} a_x t^2 \; = \; \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \; = \; d - L \sin\theta.$$

Siste ligning gir:

$$t^2 \; = \; \frac{2(d \; - \; L\sin\theta) m}{qE},$$

$$\text{som gir } \Delta y \; = \; \frac{mg}{qE} (d \; - \; L\sin\theta) \; = \; 0,261 \text{ m.}$$

Vi skal nå finne kulas hastighetskomponenter (horisontalt og vertikalt) og regner ut tiden t det tar for kula å komme fram til plata, $t \; = \; \sqrt{t^2} = 0,231$ s. Dette gir:

$$v_{horisontal} \; = \; a_E \cdot t \; = \; \frac{qE}{m} \cdot t \; = \; 0,77 \text{ m/s.}$$

$$v_{vertikal} \; = \; g \cdot t \; = \; 2,26 \text{ m/s.}$$