Fasit eksamen Fys1000 høst 2007

Oppgave 1

a) Det felles tyngdepunktet for vogn pluss kule er hevet et stykke x gitt ved ligningen

$$m \cdot h + M \cdot 0 = (M + m) \cdot x \tag{1}$$

For $M = 3m$ gir denne ligningen

$$x = \frac{m}{(M+m)} h = \frac{h}{4} = 0.050\text{m} . \tag{2}$$

b) Den potensielle energien til kula før den slippes er mgh. Når vogna holdes fast er den kinetiske energien til kula med fart v i bunnpunktet lik $mv^2/2$. Konservering av mekanisk energi gir ligningen

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h \quad \Rightarrow v = \sqrt{2 g h} = 1.98 \text{ m/s} . \tag{3}$$

c) Svingetida til pendelen for små pendelutslag blir

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2,01 \text{ s} . \tag{4}$$

d) Den potensielle energien før kula blir sluppet er fremdeles mgh. Når kula er i bunnpunktet har den kinetisk energi lik $m v_k^2/2$, og vogna har kinetisk energi er $M v_v^2/2$. Konservering av mekanisk energi gir derfor ligningen

$$\frac{1}{2} m v_k^2 + \frac{1}{2} M v_v^2 = m g h . \tag{5}$$

Her er også totalt driv (bevegelsesmengde) konservert i horisontalretningen. Før kula blir sluppet er systemet i ro og totalt driv er lik null. Når kula er i bunnpunktet har den driv $m v_k$ mot venstre,- det vil si $(- m v_k)$ om vi regnner positiv retning til høyre. Når kula er i bunnpunktet har vogna driv $M v_v$ mot høyre. Konservering av totalt driv gir da ligningen

$$- m v_k + M v_v = 0 , \tag{6}$$

som videre gir

$$v_v = \frac{m}{M} v_k = \frac{1}{3} v_k . \tag{7}$$

Setter vi dette inn i ligningen som uttrykker konservering av energi får vi

$$\frac{1}{2} \left(M (\frac{m}{M})^2 + m \right) v_k^2 = m g h , \tag{8}$$

som for $M = 3m$ gir

$$v_k = \sqrt{\frac{3}{2} g h} = 1.715 \text{ m/s} \ , \Rightarrow v_v = \frac{v_k}{3} = 0.572 \text{ m/s} . \tag{9}$$

e) Det totale drivet i horisontal retning er hele tida lik null. Akkurat i det kula treffer den lodrette plata og blir sittende fast er også det totale drivet lik null. Fordi det totale drivet er konservert, blir systemet av vogn og kule stående stille etter støtet. Tapet av mekanisk energi blir lik den potensielle energien til kula før den blir sluppet, altså $mgh \;=\; 0.196$ Joule.

Oppgave 2

a) β-stråling er elektroner som sendes ut av atomkjernen ved desintegrasjonen (som et resultat avtar antall nøytroner med 1 mens antall protoner øker med 1), og γ-stråling er høyfrekvente elektromagnetiske bølger.

b) Siden 1 mol = 0,131 kg og tettheten er $\rho = 5110$ kg/m^3 blir volumet $V = 0,131/5110$ m^3 = $2,65 \cdot 10^{-5}$ m^3.

c)

$$A \;=\; \lambda N \;=\; \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot 10^6 \;=\; \frac{\ln 2}{8\ \mathrm{d} \cdot 24 \frac{\mathrm{t}}{\mathrm{d}} \cdot 60 \frac{\mathrm{min}}{\mathrm{t}} \cdot 60 \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}} \cdot 10^6 \;=\; 1,003\ \mathrm{Bq}.$$

d) Sannsynligheten for at ett ^{131}I-atom desintegrerer i løpet av én dag:

$$\lambda \;=\; 1\ \mathrm{d} \cdot \lambda \;=\; \frac{\ln 2}{8\ \mathrm{d}} \;=\; 0,0866 \text{ eller } 8,66\%.$$

e) Fra definisjonen for aktivitet: $A = \lambda \cdot N$ har vi:

$$N \;=\; \frac{A}{\lambda} \;=\; \frac{A}{\ln 2/t_{1/2}} \;=\; \frac{A \cdot t_{1/2}}{\ln 2}.$$

Antall mol n blir:

$$n \;=\frac{N}{N_A} = \frac{A \cdot t_{1/2}}{N_A \cdot \ln 2} \;=\; \frac{10^9 \cdot 8\ \mathrm{d} \cdot 24 \frac{\mathrm{t}}{\mathrm{d}} \cdot 60 \frac{\mathrm{min}}{\mathrm{t}} \cdot 60 \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}}{6,022 \cdot 10^{23} \frac{\mathrm{atomer}}{\mathrm{mol}} \ln 2} \;=\; 1,66 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{mol}.$$

Oppgave 3

a) Brytningsindeksen er en relativ hastighetsindeks, dvs lyshastigheten i vakuum sammenlignet med lyshastigheten i stoffet. Definisjonen er:

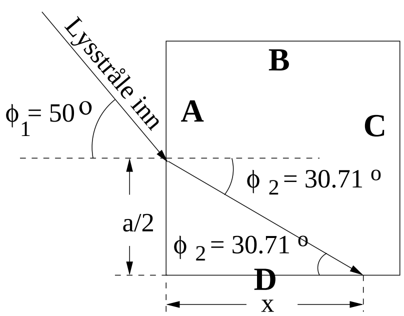
$$n = \frac{c}{v},$$

der c er lyshastigheten i vakuum og v er lyshastigheten i stoffet. Når lyset går fra et lystett til et mer lysåpent stoff brytes lyset vekk fra normallinjen. Ved økende innfallsvinkel får vi derfor en kritisk grense når brytningsvinkelen blir 90^o. Økes innfallsvinkelen enda mer blir lyset reflektert totalt.

b) Vi kaller brytningsvinkelen ved sidekant A for ϕ_2 og får:

$$1,0 \cdot \sin(50^o) = 1,5 \cdot \sin(\phi_2) \text{ som gir } \phi_2 = 30,71^o.$$

c) Treffpunktet på sidekant D beregnes fra trekanten inne i glass-staven, der x skal bestemmes:

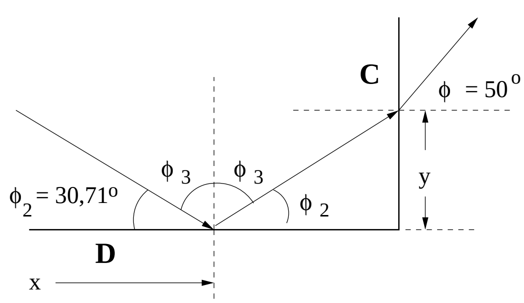


Vi får: $\tan(\phi_2) = (a/2)/x$, som gir

$$x = \frac{4 \text{ cm}}{\tan(30,71^o)} = 6,73 \text{ cm}.$$

Innfallsvinkelen mot sidekant D blir $\phi_3 = 90^o - 30,71^o = 59,29^o$, mens den kritiske vinkelen for dette glasset er $\phi_k = 41,8^o$, beregnet fra ligningen $1,5 \cdot \sin(\phi_k) = 1,0 \cdot \sin(90^o)$. Følgelig får vi total indre refleksjon ved sidekant D, og dette er nettopp karakterisert ved at ikke noe lys brytes ut av glasset. Alt reflekteres.

d) Figuren viser en forstørret detalj der lyset totalreflekteres fra sidekant D og deretter brytes i sidekand C.



e) For å bestemme hvor strålen brytes ut av sidekant C må vi bestemme y. Det gjør vi ved å innse at de to trekantene med kateter langs sidekant D er likedannede. Derfor har vi:

$$\frac{a/2}{x} = \frac{y}{a-x}.$$

Løst mhp. y:

$$y = \frac{a/2(a - x)}{x} = \frac{4 \text{ cm} \cdot (8 \text{ cm} - 6,73 \text{ cm})}{6,73 \text{ cm}} = 0,755 \text{ cm}.$$

Normallinjene mot sidekant A og sidekant C er parallelle. Summen av innfallsvinkel mot A og brytningsvinkel ut av C pluss vinkelen mellom de to strålene må derfor være 180^o. Innkommende lysstråle mot sidekant A og utgående stråle fra sidekant C danner begge en vinkel på 50^o med normalen, til sammen 100^o. Dermed blir vinkelen mellom strålene lik $180^o - 100^o = 80^o$.

Oppgave 4

a)

$$I = \frac{\varepsilon}{R_i + R_1} = \frac{10 \text{ V}}{(1 + 8)\ \Omega} = 1,11 \text{ A}.$$

b) Effekt (P) er energi pr. tidsenhet.

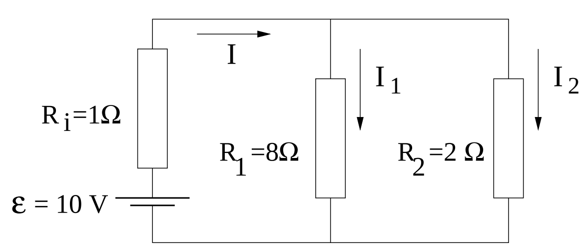
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{V\ dq}{dt} = V \cdot I = 10 \text{ V} \cdot 1,11 \text{ A} = 11,1 \text{ W}.$$

c) Kirchhoffs to regler sier:

1) potensialfallet rundt en sluttet krets er null

2) summen av strømmer inn i et forgreningspunkt er null.

Dette gir for eksempel følgende to ligninger dersom vi sier at strømmen igjennom R_i er I, gjennom R_1 er I_1 og gjennom R_2 er I_2:



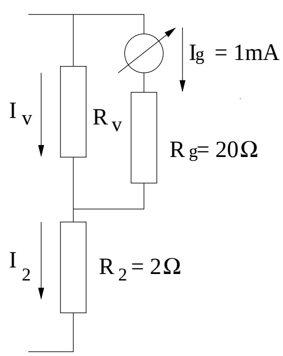
$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ I_2 R_2 &= I_1 R_1 \\ \varepsilon - I R_i &= I_2 R_2 \end{aligned}$$

Løsningen av disse tre ligningene er:

$$I_2 = \frac{R_1\,\varepsilon}{R_1R_2 + R_1R_i + R_2R_i} = 3,08 \text{ A}$$
$$I_1 = I_2\frac{R_2}{R_1} = 0,769 \text{ A}$$
$$I = 3,85 \text{ A}$$

I oppgave a) var strømmen 1,11 A når resistansen var 8 Ω. Etter at motstanden R_2 ble koblet i parallell med R_1 sank resistansen, så det er rimelig at totalstrømmen har økt. Dersom R_1 hadde blitt fjernet i det R_2 ble satt inn hadde totalresistansen inkludert batteriets indre resistans vært $R_2 + R_i = 3\ \Omega$ og strømmen lik $10\ \text{V}/3\ \Omega = 3,33$ A. Det virker rimelig at strømmen blir noe høyere enn dette med de to motstandene i parallell, siden parallellkoblingen gir mindre resistans enn den grenen som har minst resistans alene.

d) Et amperemeter må kobles i serie med det kretselementet som det skal måle strømmen igjennom. Dermed må den indre resistansen til amperemeteret være liten slik at instrumentet ikke påvirker strømmen i kretsen. For at resistansen skal bli liten må galvanometeret kobles i parallell med en liten resistans R_y som blir å betrakte som en del av amperemeteret.



e) Generelt har vi at $I_g + I_v = I_2$ (se figuren). Ved å få opplyst at vi skal ha maks utslag på galvanometeret når det går 4 A gjennom R_2 har vi fått både verdien for I_g (= 0,001) og for I_2 (= 4 A). Dermed kjenner vi verdien for I_v ($= I_2 - I_g = 3,999$ A), og vi får:
$\mathrm{R}_g I_g = R_v I_v$
$R_v = \frac{R_g I_g}{I_v} = 0,00500\ \Omega$