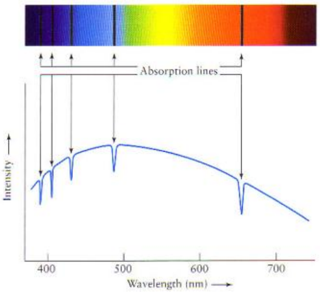
Løsningsforslag til

Eksamen i FYS1000   11. juni 2012

Oppgave 1

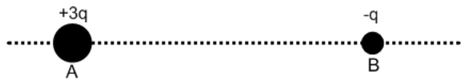
Svar **KORT** på disse oppgavene:

a) En kontinuerlig strålingskilde vil gi et Planckspektrum. Dersom den kontinuerlige strålingskilden passerer gjennom en gass, vil strålingen bli absorbert for de bølgelengdene som tilsvarer tillatte elektronoverganger for atomene i gassen. Da ser jeg at Planckspekteret ikke lenger er en glatt kurve, men får lavere intensitet for disse bølgelengdene. Dette oppleves som svarte linjer selv om det ikke er helt fritt for stråling. Det er bare mindre stråling fra disse bølgelengdeintervallene enn om den absorberende gassen er fjernet.

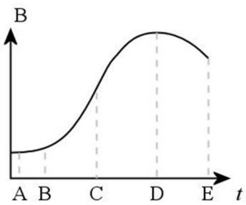


b) Feltet fra A peker skrått oppover mot høyre. Feltet fra B peker skrått nedover mot høyre. Fordi avstand er den samme og absoluttverdien av ladningene er like, vil den samlede vektorsummen gi en feltstyrke som peker **mot høyre**:

c) Feltet fra A peker radielt utover. Feltet fra B peker radielt innover. Midt mellom ladningene vil begge feltstyrkene derfor peke samme vei slik at den samlede feltstyrken aldri kan bli null. Til venstre for A vil feltstyrken som skyldes ladning A alltid være større enn feltstyrken som skyldes ladning B. Den samlede feltstyrken kan altså bare bli null i et punkt **til høyre for ladning B** ettersom absoluttverdien av ladning B er mindre enn absoluttverdien av ladning A.



d) $\varepsilon = -\phi'(t)$ og $\phi = \vec{B}\cdot\vec{A}$ gir $\varepsilon = -B'(t)\cdot A$. Den induserte emsen er altså størst når den deriverte av B er størst, altså når stigningstallet til grafen er brattest. Det er i punkt C.



e) $v = 1,4\cdot 10^{7}$ m/s $B = 0,16$ T $m = 4\text{u} = 4\cdot 1,66\cdot 10^{-27}$ kg

$q = 2e = 2\cdot 1,60\cdot 10^{-19}$ C

Newtons 2. lov gir: $\Sigma F = ma = m\dfrac{v^2}{r}$. Det er bare magnetiske krefter $\Sigma F = F = qvB$.

Jeg bruker de to likningene og får

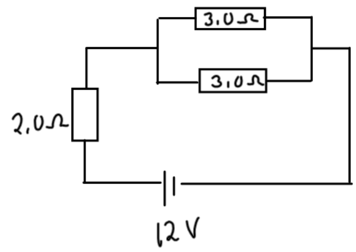
$$qvB = m\frac{v^2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{4\cdot 1,66\cdot 10^{-27}\cdot 1,4\cdot 10^{7}}{2\cdot 1,60\cdot 10^{-19}\cdot 0,16}\ \text{m} = 1,8\ \text{m}$$

f) Et atom kan eksistere i noen bestemte energitilstander uten å miste energi så lenge det er i den tilstanden.
Hvis et atom går fra en energitilstand til en annen som har lavere energi, blir hele energiforskjellen sendt ut som ett enkelt foton.

g) $n_1 \sin\alpha_g = n_2 \sin\alpha_2$ der α_2 skal være $90°$. Da får vi $\sin\alpha_g = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{1,00}{1,50} = 0,6667$ og

$\alpha_g = 42°$ (41,81°).

h) Jeg må finne resultantresistansen i kretsen. Se figur.



Resistansen i parallellkoblingen er

$R_{||} = \left(\dfrac{1}{3,0\,\Omega} + \dfrac{1}{3,0\,\Omega} \right)^{-1} = \dfrac{3,0}{2}\,\Omega = 1,5\,\Omega$. Denne er koblet i serie med motstanden på 2,0 Ω slik at resultantresistansen i kretsen blir

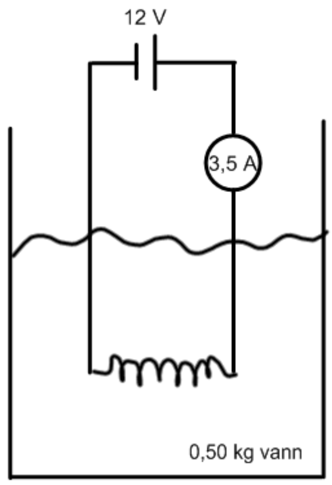
$R = R_{2,0} + R_{||} = 2,0\,\Omega + 1,5\,\Omega = 3,5\,\Omega$

Jeg bruker Ohms lov og finner strømmen gjennom batteriet:

$U = RI \Leftrightarrow I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{12\text{ V}}{3,5\,\Omega} = 3,4\text{ A}$

i) Jern har høyere massetetthet enn vann. Når isbiten smelter vil jernet synke til bunnen og fortrenge like mye vann som volumet av jernet. Når isbiten flyter, fortrenger jernet like mye vann som volumet av den mengden vann som har samme masse som jernbitene. Volumet av jernbitene er mindre enn volumet av det vannet som har samme masse som jernbitene. Derfor vil vannivået synke.

j) Den elektriske effekten er $P = UI$, og varmetråden er tilkoblet i tiden $t = 5\text{ min} = 300\text{ s}$. Effekt er energi per tid;



$P = \dfrac{E}{t}$. Energiregnskapet gir

tilført energi = mottatt varme

$E = Q$

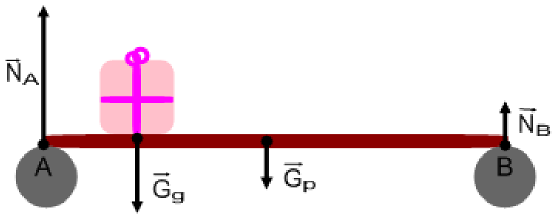
$P \cdot t = c_v m \Delta T$

$UIt = c_v m \Delta T$

$\Delta T = \dfrac{UIt}{c_v m} = \dfrac{12\text{ V} \cdot 3,5\text{ A} \cdot 300\text{ s}}{4,2 \cdot 10^3\text{ J/kgK} \cdot 0,50\text{ kg}} = 6,0\text{ K}$

Temperaturøkningen er altså på 6,0 K eller tilsvarende på 6,0 °C. Ettersom starttemperaturen var 20 °C blir sluttemperaturen 26 °C.

k) Systemet er i ro. Da er summen av kraftmomentene null og summen av kreftene null. Først ser jeg på kraftmomentene. Jeg bruker indeks g for gave og indeks p for planke. Jeg har tegnet inn kreftene på planken i figuren. Fra venstre: normalkraft på planken fra stein A, kraft fra gave på planke (tilsvarende tyngden av gaven jf. Newtons 1. og 3. lov), tyngden av planken, normalkraft fra stein B.



Jeg legger rotasjon om A slik at $r_g = 1,0\ \text{m}$ $\ r_p = 2,5\ \text{m}$ og $r_B = 5,0\ \text{m}$:

$$\Sigma \vec{M} = 0$$

$$r_B N_B - r_g G_g - r_p G_p = 0$$

$$N_B = \frac{r_g G_g + r_p G_p}{r_B} = \frac{1,0\ \text{m} \cdot 25\text{kg} \cdot 9,81\ \text{N/kg} + 2,5\ \text{m} \cdot 15\text{kg} \cdot 9,81\ \text{N/kg}}{5,0\ \text{m}} = 122,625\ \text{N} = 0,12\ \text{kN}$$

Så bruker jeg Newtons 1. lov på summen av kreftene på planken:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$N_A + N_B = G_g + G_p$$

$$N_A = G_g + G_p - N_B = 25\text{kg} \cdot 9,81\ \text{N/kg} + 15\text{kg} \cdot 9,81\ \text{N/kg} - 122,625\ \text{N} = 269,775\ \text{N} = 0,27\ \text{kN}$$

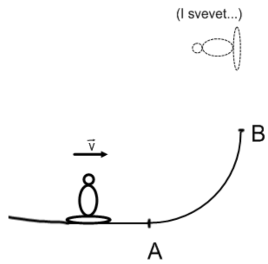
Oppgave 2

$m = 80\ \text{kg}$, $r = 10\ \text{m}$, $v_A = 70\ \text{km/h} = 19,44\ \text{m/s}$

a) Jeg kaller toppen av svevet for punkt C og bruker bevaring av mekanisk energi

$$E = E_0$$

$$mgh_C + \tfrac{1}{2} m v_C^2 = mgh_A + \tfrac{1}{2} m v_A^2$$

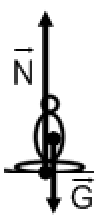


Jeg legger nullnivå for potensiell energi i bunnen ved punkt A. På toppen av svevet er farten null. Dermed blir likningen redusert til $mgh_C = \tfrac{1}{2} m v_A^2$. Jeg løser denne for å finne høyden:

$$h_C = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{(19,44\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9,81\ \text{m/s}^2} = 19,27\ \text{m}$$, som er høyden over punkt A.

Quarterpipen har radius 10 m. <u>Høyden over punkt B blir 9,3 m.</u>

b) To krefter virker på gutten, normalkraft og tyngde. Summen av kreftene skal peke inn mot sentrum av sirkelbanen. Derfor er normalkraften større enn tyngden.



c) Newtons 2. lov for sirkelbevegelse gir

$$\Sigma F = m\frac{v_A^2}{r}$$

$$N - G = m\frac{v_A^2}{r}$$

$$N = m\left(\frac{v_A^2}{r} + g\right) = 80\ \text{kg}\cdot\left(\frac{(19{,}44\ \text{m/s})^2}{10\ \text{m}} + 9{,}81\ \text{m/s}^2\right) = 3809\ \text{N} = 3{,}8\ \text{kN}$$

En slik kraft tilsvarer en følt tyngde på 388 kg!

d) I virkeligheten hopper gutten en høyde 5,7 m over punkt B. Jeg bruker den målte høyden til å finne farten i punkt B (med nullnivå i B):

$$mgh_C = \tfrac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = 2gh_C$$

$$v_B = \sqrt{2gh_C} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2\cdot 5{,}7\ \text{m}} = 10{,}575\ \text{m/s}$$

Den mekaniske energien er *ikke* bevart fra A til B. Dette kan jeg skrive som $E = E_0 + W_A$, der E er den totale mekaniske energien til slutt, E_0 er den totale mekaniske energien først, og W_A er arbeidet gjort av andre krefter enn tyngden, i dette tilfellet av friksjonen. Jeg bruker dette til å finne den gjennomsnittlige friksjonskraften på gutten i quarterpipen.:

$$W_A = E - E_0$$

$$\vec{R}\cdot\vec{s} = \tfrac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - (\tfrac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A)$$

Friksjonen virker alltid motsatt bevegelsen (han glir) slik at vinkelen mellom $\vec{R}$ og $\vec{s}$ er $180°$. Strekningen fra A til B er en kvart sirkel; $s = \tfrac{1}{4}2\pi r = \tfrac{1}{2}\pi r$. Nullnivå for potensiell energi er ved A slik at $h_A = 0$. Høyden h_B tilsvarer radius r = 10 m:

$$R\cdot s\cdot\cos 180° = \tfrac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$

$$-R\cdot s = \tfrac{1}{2}mv_B^2 + mgr - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$

$$R = \frac{-mgr + \tfrac{1}{2}mv_A^2 - \tfrac{1}{2}mv_B^2}{\tfrac{1}{2}\pi r} = \frac{-2mgr + mv_A^2 - mv_B^2}{\pi r} = 178\ \text{N} = 0{,}18\ \text{kN}$$

Oppgave 3

a) T_1 = 3000 K. $M_1 = \sigma T_1^4$. $M_2 = \sigma T_2^4 = 0{,}90\cdot M_1$, fordi utstrålingstettheten skal gå ned med 10 %. Da får jeg

$$\sigma T_2^4 = 0{,}90\cdot\sigma T_1^4$$

$$T_2 = \sqrt[4]{0{,}90}\cdot T_1 = 0{,}974\cdot T_1 = 2922\ \text{K}$$

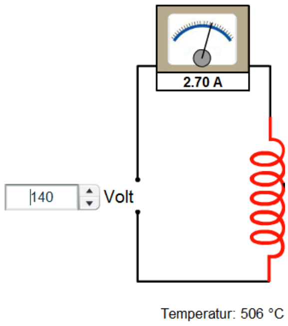
Temperaturen må altså senkes med 78 K.

b) $P = \sigma\varepsilon AT^4$. P er totalt utstrålt effekt. σ er Stefan-Boltzmanns konstant. ε er emissiviteten, som sier noe om hvor mye stråling som blir reflektert fra overflaten. Dersom all stråling blir reflektert er $\varepsilon = 0$ og dersom all stråling blir absorbert er $\varepsilon = 1$. A er overflatearealet. T er temperaturen målt i kelvin.

c) Spenningskilden gir elektronene i lederen bevegelsesenergi. Disse elektronene kolliderer med atomer i varmetråden og avgir dermed energi til varmetråden. Spenningskilden må da tilføre ny energi til elektronene i lederen. All den elektriske energien som spenningskilden leverer, blir til termisk energi i varmetråden.

d) Den elektriske effekten finner jeg ved $P = U \cdot I$. Den utstrålte effekten finner jeg ved Stefan-Boltzmanns lov $P = MA = \sigma T^4 A$, der jeg må huske på å regne om temperaturen til kelvinskalaen.

Spenning / V	60	100	140	180
Strøm / A	1,18	1,95	2,70	3,44
Temperatur / °C	251	390	506	606
Temperatur / K	524	663	779	879
Elektrisk effekt / W $P = U \cdot I$	70,8	195	378	619,2
Utstrålt effekt / W $P = \sigma T^4 A$	79,2	202,89	386,70	626,87
$\Delta P = \sigma T^4 - U \cdot I$ /W	8,4	7,89	8,70	7,67



e) Den siste raden i tabellen sier noe om temperaturen i rommet. Ettersom tilført effekt fra varmetråden *ikke* tilsvarer utstrålt effekt fra varmetråden, må det være noe mer som tilfører effekt (energibevaring). Rommet (omgivelsene) tilfører effekt ettersom temperaturen i rommet ikke er null kelvin! Det er altså en tilført effekt fra rommet som også følger Stefan- Boltzmanns lov. Jeg finner gjennomsnittsverdien til ΔP og setter inn:

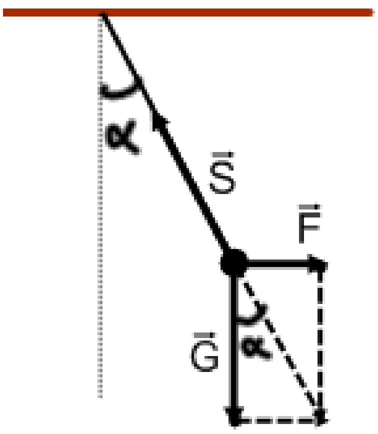
$$\overline{\Delta P} = \frac{8,4 + 7,89 + 8,70 + 7,67}{4}\ \mathrm{W} = 8,165\ \mathrm{W}$$

$$\overline{\Delta P} = A \cdot \sigma T_{\mathrm{omg}}^4 \Leftrightarrow T_{\mathrm{omg}} = \sqrt[4]{\frac{\overline{\Delta P}}{A\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{8,165\ \mathrm{W}}{0,01852\ \mathrm{m}^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/Km}^2}} = 297\ \mathrm{K} = 24\ °\mathrm{C}$$

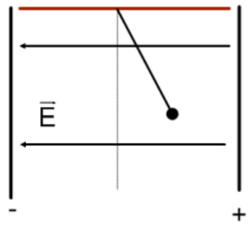
Oppgave 4

a) Trekanten på figuren viser at *F* er motstående katet til vinkelen og *G* er hosliggende.

Dermed får jeg $\tan\alpha = \frac{F}{G} \Leftrightarrow F = G\tan\alpha = mg\tan\alpha$ der α er vinkelen mellom snora og loddlinjen (stiplet linje).



b) Det elektriske feltet peker i den retningen en positiv ladning ville ha beveget seg, altså mot venstre. Se figur.
Ladningen henger mot høyre, og blir altså trukket mot den positive platen. Den må derfor ha negativt fortegn ettersom ulike ladninger tiltrekker hverandre. Analysen av kreftene som virker, blir som i oppgave a), men nå er det en elektrisk kraft som trekker ut til siden istedenfor en håndkraft. Den elektriske kraften er

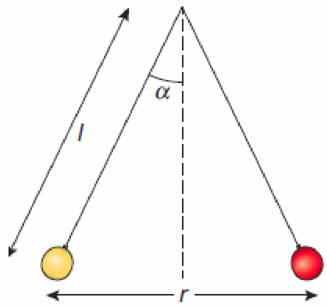


$F = qE = mg\tan\alpha$. Feltstyrken er gitt ved $E = \dfrac{U}{d}$, der U er spenningen mellom platene og d er avstanden mellom dem.
Jeg løser med hensyn på ladningen og får

$$|q| = \frac{mg\tan\alpha}{E} = \frac{mg\tan\alpha}{U/d} = \frac{mg\tan\alpha\cdot d}{U} = \frac{0,010\cdot 9,81\cdot\tan 25°\cdot 0,40}{30}\ \mathrm{C} = 0,0006099\ \mathrm{C}$$

Fordi ladningen er negativ får jeg $q = -0,61\ \mathrm{mC}$

c) Avstanden mellom ballongene er 20 cm. Lengden på snora er 1,0 m og massen til en ballong er 5,0 g.



Vinkel α er gitt ved $\sin\alpha = \dfrac{r/2}{l} = \dfrac{0,10\ \mathrm{m}}{1,0\ \mathrm{m}} = 0,10$, som gir $\alpha = 5,739°$.
Kreftene som virker på ballongene blir som i oppgave a) og b) slik at $F = mg\tan\alpha$, der F nå er gitt ved Coulombs lov:
$F = \dfrac{k_e q_1 q_2}{r^2}$. Hvis jeg antar at ladningene er jevnt fordelt får jeg $F = \dfrac{k_e q^2}{r^2}$, der q er ladningen på én ballong. Dermed får jeg

$\dfrac{k_e q^2}{r^2} = mg\tan\alpha \Leftrightarrow q = \sqrt{\dfrac{mg\tan\alpha\cdot r^2}{k_e}} = 0,1481\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} = 148\ \mathrm{nC}$. Jeg deler på elementærladningen for å finne antall ekstra elektroner:

$$N = \frac{q}{e} = \frac{0,1481\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{1,60\cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 9,3\cdot 10^{11}$$

Det er altså ca. 930 milliarder ekstra elektroner på hver ballong!