UNIVERSITETET I OSLO.

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet.

Eksamen i FYS 203 - Statistisk fysikk.

Eksamensdag: Lørdag 28.mai 1983.

Tid for eksamen: Kl.0900-1500.

Oppgaven er på 3 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, godkjente elektroniske regnemaskiner.
Clark: Physical and Mathematical Tables.
Oliver & Boyd: Science Data Book.
Matematiske og fysiske tabeller for gymnaset.
Øgrim: Størrelser og enheter i fysikken.
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.
Forelesningsnotater.

Oppgave 1

N klassiske, magnetiske dipoler μ kan rotere i et ytre, magnetisk felt B. Det er ingen vekselvirkning dipolene imellom. Hver dipol er beskrevet i sfæriske koordinater ved Hamilton-funksjonen

$$H = \frac{1}{2I}\left(p_\theta^2 + \frac{p_\phi^2}{\sin^2\theta}\right) - \mu B\cos\theta$$

hvor I er dens treghetsmoment.

a) Beregn den kanoniske partisjonsfunksjonen for dette systemet og Gibbs fri energi.

b) Hva blir systemets entropi?

c) Beregn den totale magnetisering av dipolene.

d) Finn entalpien og den indre energi til systemet.
Forklar resultatet.

fortsettes side 2

Oppgave 2

3 identiske partikler med spinn $S = 0$ og uten gjensidig vekselvirkning befinner seg i et harmonisk oscillator potensial med 1-partikkel kvantiserte energinivå $\varepsilon = 0, \hbar\omega, 2\hbar\omega, 3\hbar\omega, \ldots$ Det er ingen degenerasjon.

a) Hvis partiklene oppfyller Maxwell-Boltzmann statistikk, beregn så deres kanoniske partisjonsfunksjon. Beskriv med noen få ord logikken bak dette resultatet.

b) Partiklene er bosoner og oppfyller derfor i virkeligheten Bose-Einstein statistikk. Forklar hvorfor det er tilstander med en eller flere partikler i samme energinivå som gjør at resultatet i a) ikke lenger er gyldig.

c) Benytt denne kjensgjerning til å beregne den kanoniske partisjonsfunksjonen for partiklene ved å ta korrekt hensyn til at de oppfyller Bose-Einstein statistikk.

d) Finn herav systemets indre energi og kontrollér svaret i lavtemperaturgrensen $T \to 0$.

Oppgave 3

I tillegg til den kosmiske bakgrunnsstråling av fotoner med temperatur $T_\gamma = 2.7^\circ K$, er vi også omgitt av en tilsvarende gass bestående av frie nøytrinoer i termisk likevekt ved temperatur $T_\nu = 2.0^\circ K$. Nøytrinoet er en masseløs partikkel med spinn $S = \frac{1}{2}$. Ved å ikke skjelne mellom nøytrinoet og dets antipartikkel, kan vi anta at det har en spindegenerasjonsfaktor $g = 2$ og null kjemisk potensial.

a) Man kan beskrive de fysiske egenskapene til denne Fermi-gassen i det mikrokanoniske ensemble når den er innesluttet i et volum V og har indre energi U. Skriv ned det midlere antall partikler i hvert energinivå når gassen er i termodynamisk likevekt.

fortsettes side 3

b) Bruk dette resultatet til å utlede et uttrykk for gassens entropi S som funksjon av U og V ved bruk av det mikrokanoniske ensemble. Anta at volumet V er meget stort.

c) Finn herav hvordan gassens trykk p varierer med dens temperatur T. Kan du også utlede en eksakt formel for trykket?

d) Regn ut hvor mange slike termiske nøytrinoer det er i $1 cm^3$ av gassen når vi vet at der er 400 $fotoner/cm^3$ fra bakgrunnsstrålingen.

Oppgave 4

En partikkel hopper tilfeldig mellom punktene $p = (1,2,3,4,5)$. Hvis den er i ett av punktene $p = 2,3$ eller 4, vil den etter ett hopp være i punktet $p-1$ eller $p+1$ med like stor sannsynlighet. Hvis den derimot er i punktet 1 eller 5, vil den hoppe til punktet 2,3 eller 4 med like stor sannsynlighet.

a) Forklar hvorfor denne prosess utgjør en Markov-kjede og skriv ned den tilsvarende stokastiske matrise.

b) Hvis partikkelen til å begynne med sitter i punkt 2, hva er da sannsynligheten for at den etter 3 hopp sitter i punkt 5?

c) Hva blir den stasjonære sannsynlighetsfordeling for partikkelens posisjon etter uendelig mange hopp?