

# UNIVERSITETET I OSLO.

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet.

Eksamen i FYS 203 - Statistisk fysikk.

Eksamensdag: Onsdag 30. mai 1984.

Tid for eksamen: Kl. 0900-1500.

Oppgavene er på 3 sider.

Tillate hjelpemidler: Regnestav, godkjente elektroniske regnemaskiner.  
Clark: Physical and Mathematical Tables.  
Oliver & Boyd: Science Data Book.  
Matematiske og fysiske tabeller for gymnasen.  
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.

### Oppgave 1

Hamilton-funksjonen for en kjede med tre Ising-spinn  $\sigma_i = \pm 1$  er gitt ved

$$H = -J \sum_{i=1}^2 \sigma_i \sigma_{i+1}$$

- Hvilke mikrotilstander kan dette systemet befinne seg i og hva er de tilsvarende energier?
- Beregn partisjonsfunksjonen og finn derav den spesifikke varme for kjeden. Skissér resultatet som funksjon av temperaturen.
- Hva blir middelverdiene  $\langle \sigma_2 \rangle$  og  $\langle \sigma_1 \sigma_3 \rangle$ ?

fortsettes side 2

Oppgave 2

Hamilton-funksjonen for et elektron med spinn = 1/2 i et ytre magnetfelt  $B$  er

$$H = \frac{1}{2m} p^2 - \mu B \sigma_z$$

hvor spinn-komponenten  $\sigma_z$  langs magnetfeltet kan anta verdiene  $\sigma_z = \pm 1$ . Typiske verdier for Fermi-energien for elektroner i metall er  $\epsilon_F \sim 4-8$  eV. Her er  $\mu$  det magnetiske dipolmoment for et elektron.

- Hva blir de midlere antall av elektroner  $\langle N_+ \rangle$  og  $\langle N_- \rangle$  med spinn henholdsvis parallelle og antiparallele med magnetfeltet i en gass av  $N$  slike elektroner når de beskrives ved klassisk Maxwell-Boltzmann statistikk?
- Finn magnetiseringen  $M$  og vis at susceptibiliteten  $\chi = (\partial M / \partial B)_T$  ved svake magnetfelt er gitt ved  $\chi = N\mu^2/kT$ .
- Ved direkte målinger på elektrongassen i metall finnes denne susceptibiliteten å være over hundre ganger mindre enn dette klassiske resultatet ved romtemperatur. Hvordan kan du kvalitativt forklare dette ved bruk av kvantestatistikk?
- Benytt Fermi-Dirac statistikk ved  $T = 0^\circ\text{K}$  til å beregne forventningsverdiene  $\langle N_+ \rangle$  og  $\langle N_- \rangle$  ved så svake felt at  $\mu B \ll \epsilon_F$ . Bruk dette til å beregne susceptibiliteten  $\chi$  og skriv svaret på samme form som i spørsmål b).

Oppgave 3

Et DNA-molekyl kan betraktes som en stige med  $N$  trinn. For å ødelegge atombindingene i et trinn og dermed skape en defekt i molekylet, trenges en energimengde  $\epsilon = 0.3$  eV. Anta at ved temperaturen  $T = 0^\circ\text{K}$  inneholder molekylet ingen slike defekter.

- Hvor høy må temperaturen være for at den første defekten skal kunne oppstå på grunn av varmen? Bruk i svaret  $N = 10^8$ .

- b) Hva er entropien til molekylet som skyldes  $n$  slike defekter. Anta  $n \gg 1$  og bruk Stirlings formel.
- c) Hva er det midlere antall  $\bar{n}$  defekter når molekylet er i termisk likevekt ved temperaturen  $T$ ?
- d) Vis hvordan det er mulig å utlede direkte dette resultatet ved bruk av det stor-kanoniske ensemblet. Hvert trinn har ikke mer enn en defekt. Hvorfor er det kjemisk potensial lik null for disse defektene i molekylet?

\_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_

Boltzmann's konstant:  $k = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/}^\circ\text{K}$ .