UNIVERSITETET I OSLO.

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet.

Eksamen i FYS 203 - Statistisk fysikk.

Eksamensdag: Onsdag 29.mai 1985.

Tid for eksamen: Kl. 0900-1500.

Oppgavene er på 2 sider.

Tillatte hjelpemidler: Regnestav, godkjente elektroniske regnemaskiner.
Clark: Physical and Mathematical Tables.
Oliver & Boyd: Science Data Book.
Matematiske og fysiske tabeller for gymnaset.
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.

Oppgave 1

I de spesielle stjerner som kalles hvite dverger motvirkes gravitasjonskraften av trykket fra en gass av frie elektroner med Fermi-Dirac statistikk og som kan antas å ha temperatur $T = 0$.

a) Forklar med ord hvorfor entropien til gassen er lik null og bestem midlere elektron-energi som funksjon av tettheten $\rho = N/V$.

b) Finn trykket i gassen uttrykt ved tettheten.

c) Beregn tettheten ρ^* hvor elektrongassen blir relativistisk og finn hvordan trykket varierer med tettheten i det ekstremt relativistiske regime $\rho >> \rho^*$.

fortsettes side 2

Oppgave 2

En lineær kjede av N Ising-spinn $\sigma_i = \pm 1$ befinner seg i et konstant, ytre magnetfelt B slik at Hamilton-funksjonen blir:

$$H = -B \sum_{i=1}^{N} \sigma_i$$

Spinnsystemet er i termisk likevekt med temperatur T.

a) Beregn Gibbs fri energi $G(B,T)$, midlere magnetisering $m = M/N$ pr. spinn og Helmholtz fri energi $F(M,T)$.

b) Utled herav et generelt uttrykk for systemets entropi $S(B,T)$. Hvilke verdier antar den i grensene $T \to 0$ og $T \to \infty$? Forklar.

c) Beregn korrelasjonsfunksjonen $\langle\sigma_i\sigma_j\rangle$ og skisser resultatet som funksjon av avstanden $i - j$.

d) Vis at den spesifikke varme $C_B(T)$ er gitt ved $kT^2C_B = \langle H^2\rangle - \langle H\rangle^2$ og finn et eksplisitt uttrykk for $C_B(T)$.

Oppgave 3

Kosmisk stråling inneholder en type elementærpartikkel som ved kollisjoner i atmosfæren har en sannsynlighet $\lambda\Delta t$ for å skape en ny partikkel av samme type i et infinitesemalt tidsrom Δt. Sannsynligheten for å ha nøyaktig n partikler ved tiden t betegnes med $P_n(t)$.

a) Forklar hvorfor denne sannsynligheten oppfyller mester-ligningen

$$\frac{dP_n}{dt} = \lambda(n-1)P_{n-1} - \lambda n P_n$$

b) Med opprinnelig $n = 1$ partikkel ved tiden $t = 0$, beregn hvordan det midlere antall partikler $\langle n\rangle$ og fluktuasjonen Δn rundt denne middelverdi varierer med tiden.

c) Finn eksplisitte løsninger for $P_1(t)$ og $P_2(t)$. Prøv å generaliser disse til en generell løsning for $P_n(t)$ eller finn denne på annet vis.