

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS 203 - Statistisk fysikk.

Eksamensdag: Fredag 9. juni 1989.

Tid for eksamen: Kl. 0900-1500.

Opgavesettet er på 3 sider.

Tillatte hjelpemidler:

Godkjente elektroniske regnemaskiner.

Clark: Physical and Mathematical Tables.

Oliver & Boyd: Science Data Book.

Matematiske og fysiske tabeller for gymnasiet.

Rottmann: Mathematische Formelsammlung.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene

Oppgave 1

En ideell gass bestående av N to-atomige molekyler, hvert med elektrisk dipolmoment μ , er gitt. Hamilton-funksjonen for hver dipol er

$$H_{\text{rot}} = \frac{1}{2I} (p_{\theta}^2 + \frac{p_{\phi}^2}{\sin^2\theta}) - \mu E \cos\theta$$

der θ = vinkelen mellom $\vec{\mu}$ og \vec{E} og I er dipolens treghetsmoment. E er et konstant og homogent ytre elektrisk felt. Det er ingen vekselvirkning mellom dipolene.

a) Finn partisjonsfunksjonen for dette systemet, og den tilhørende frie energien.

b) Beregn entropien for systemet.

c) Vis at polarisasjonen P (dipolmoment pr. volumenhet) er

$$P = \frac{N}{V} \mu \left[\coth\left(\frac{\mu E}{kT}\right) - \frac{kT}{\mu E} \right]$$

der V er gassens volum.

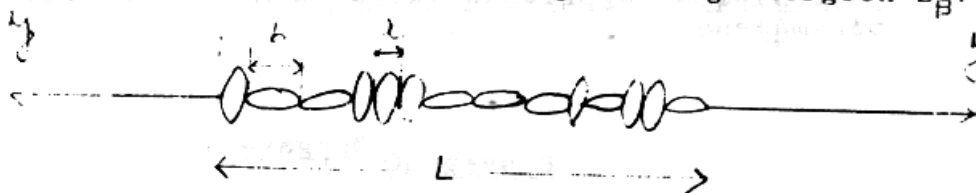
d) Anta $\mu E \ll kT$ og vis at den relative permittiviteten (dielektrisitetskonstanten) da kan skrives

$$\epsilon_r = 1 + \frac{N}{V} \frac{\mu^2}{3kT\epsilon_0}$$

- e) Hvilke av svarene i punktene a)-d) ville bli forandret dersom vi også inkluderte dipolenes translatoriske bevegelse? Begrunn svaret!

Oppgave 2

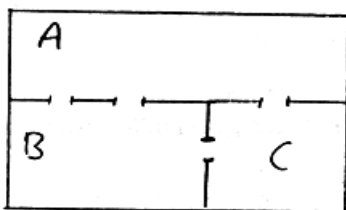
N "monomerer" danner et kjede-molekyl. Hver monomer kan være i en α -tilstand eller en β -tilstand. I α -tilstanden er lengden a og energien E_α og i β -tilstanden er lengden b og energien E_β .



Vi skal finne en forbindelse mellom middelverdien \bar{L} av lengden L til molekylet og tensjonen J og det kan f.eks. gjøres ved å benytte et kanonisk ensemble med konstant tensjon, men også på andre måter. Velg selv metode og vis at den søkte relasjonen kan skrives på formen

$$\bar{L} = N \frac{ae^{\bar{\beta}(Ja-E_\alpha)} + be^{\bar{\beta}(Jb-E_\beta)}}{e^{\bar{\beta}(Ja-E_\alpha)} + e^{\bar{\beta}(Jb-E_\beta)}} \quad \text{der } \bar{\beta} = \frac{1}{kT}$$

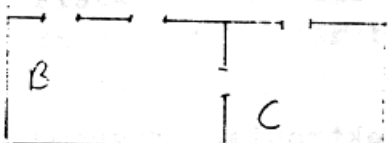
Oppgave 3



En mus er lært opp til å flytte seg fra et av rommene (A,B,C) til et annet hver gang en klokke ringer.

Intervallet mellom hver gang klokka ringer er mye mindre enn musas levetid. Det er samme sannsynlighet for at musa går gjennom alle dørene.

- Finn overgangsmatrisen for dette systemet og finn ut om den er regulær.
- Finn hvor stor brøkdel av sin levetid musa tilbringer i rommene A,B og C, henholdsvis.



Anta nå at musa kan slippe ut til friheten gjennom en dør D i A og at passering gjennom denne døra er like sannsynlig som passering gjennom hver av de andre dørene. Under forutsetning av at musa ikke vender tilbake til A skal en finne

- c) Overgangsmatrisen for denne situasjonen og sannsynligheten for at musa skal slippe ut etter to flyttinger (to ringinger) når den er i B ved $t = 0$.

Oppgave 4 (teori)

Under behandlingen av Einsteins og Debyes teori for beregning av varmekapasiteten C_V for krystaller, kom vi frem til følgende uttrykk,

$$C_V = k \int_0^{\infty} \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 g(\nu) \frac{e^{-h\nu/kT} d\nu}{(1 - e^{-h\nu/kT})^2}$$

- a) Gjør kort rede for hvilke resonnementer som lå til grunn for utledningen.
- b) Forklar hva $g(\nu)$ står for og angi hvilket valg Einstein gjorde for $g(\nu)$?
Vis at for lave temperaturer er

$$C_V = 3Nk \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 e^{-\theta_E/T}$$

der $\theta_E = h\nu/k$ kalles Einstein-temperatur. Hva betyr lav temperatur i dette tilfellet? Stemmer denne formelen med eksperimentelle verdier for C_V ?

- c) Forklar kort hva Debyes teori for C_V i krystaller går ut på og kommentér hvor på temperaturskalaen Debye fikk best overensstemmelse med eksperimentelle resultater.