FYS 3610

Ukesoppgaver Uke 35 07. September 2016

Spørsmål fra (midveis)eksamen

Skisser partikkelbanen (for elektroner og protoner) for følgende kombinasjoner av elektriske og magnetiske felt. For hver situasjon tydelig oppgi retningen av magnetisk og elektrisk felt og koordinataksene. Tegn banene i et plan som best illustrerer bevegelsen av ladede partiklene men også beskriv bevegelsen i den ortogonale retningen.

a) Det magnetiske feltet er konstant langs x-aksen, det elektriske feltet er null. Partiklene har i utgangspunktet en hastighet $v_{x,y}=0$ and $v_z=v_0$.
b) Det magnetiske feltet er konstant langs z-aksen, det elektriske feltet er null. Partiklene har i utgangspunktet en hastighet $v_y=0$ and $v_{x,z}=v_0$.
c) Det magnetiske feltet er konstant langs y-aksen, det elektriske feltet er konstant langs z-aksen. Partiklene er i utgangspunktet i ro.
d) Det magnetiske feltet er konstant langs y-aksen, det elektriske feltet er konstant langs z-aksen. Partiklene har i utgangspunktet en hastighet $v_{y,z}=0$ and $v_x=v_0$.
e) Anta et magnetfelt langs y-aksen som øker i styrke med økende z. Partiklene har i utgangspunktet hastighet $v_y=0$, og $v_x\neq 0$, $v_z\neq 0$, med $v_x<<v_z$.
f) Hvilke av de ovennevnte situasjonene vil føre til strømmer?

Utlede Vlasow ligningen gjennom å anta at faseromstettheten er bevart.

Utlede induksjonsligningen for det magnetiske feltet og diskuter det magnetiske Reynolds nummeret.

Hva inneholder "frozen-in theorem" og hvilke konsekvenser har den?

Øvelser

Fordelingen av partikkelhastighetene i en gas i termisk likevekt beskrives av Maxwell distribusjonen:

$$f(v)dv = A\exp\left(-\frac{m\frac{v^2}{2}}{k_BT}\right)dv$$

a) Bestemm konstanten A.

Hint 1: Husk at det nulte momentet av en fordelingsfunksjon er lik partikkeltettheten.

Hint 2: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$

b) Bestemm gjennomsnittshastigheten.

Hint: $\int_0^{\infty} xe^{-x^2}dx = \frac{1}{2}$

Utlede induksjonslikningen gjennom å kombinere Faradays lov med Amperes lov (uten $\partial\vec{E}/\partial t$ delen) og Ohms lov. Bruk resistiviteten $\eta = {}^1/_{\mu_0\sigma}$.

a) Skriv induksjonslikningen i en dimensjon, dvs anta $B = B_z(x,t)$, $v = v_x(x,t)$ og at alle andre komponenter av det magnetiske feltet og hastigheten er null.

b) Til å begynne med, anta at hastigheten er null for alle x og t. For et magnetisk felt

$$B_z(x, t = 0) = f(x) = A_0\exp\left({-x^2}/_{L^2}\right)$$

beregn den tidsavhengige $B_z(x,t)$ gjennom å bruke den formale løsningen av diffusjonslikningen med $f(x) = B_z(x, t = 0)$

$$B_z(x,t) = \frac{1}{2\eta\sqrt{\pi t}}\int_{-\infty}^{\infty} f(x-\lambda)\exp\left(-\frac{\lambda^2}{4\eta^2 t}\right)d\lambda.$$

Husk: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2}dx = \sqrt{\pi/\alpha}$.

c) Beskriver (med ord) hva som skjer med det magnetiske feltet når $t \to \infty$. Hva skjer hvis resistiviteten er veldig liten?

d) Hvordan må man velge $v = v_x(x,t)$ slik at det magnetiske feltet fra b) er konstant i tid? Skisser det magnetiske feltet og hastighetsprofilen for denne situasjonen.