



# FYS 3610

## Ukesoppgaver Uke 36

### Spørsmål fra (midtveis)eksamen

Skisser partikkelbanen for elektroner og protoner for

- 1)  $B = B_0$  (uniform B),  $F_{\perp} = 0$  (ingen eksternt kraft)
- 2)  $\nabla B \perp B_0$  (B-gradient vinkelrett på B),  $F_{\perp} = 0$  (ingen eksternt kraft)
- 3)  $B = B_0$  (uniform B),  $F_{\perp} \neq 0$  (eksternt kraft)
- 4)  $\nabla B \parallel B_0$  (B-gradient langs B),  $F_{\perp} = 0$  (ingen eksternt kraft)

### Øvelser

Bevegelsen til en ladd partikkel i et statisk magnetfelt  $\vec{B}_0$  er gitt av:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}_0).$$

Posisjonsvektoren  $\vec{r}$  finnes da ved hjelp av:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}.$$





Vi antar at B-feltet er orientert langs z-aksen ( $\vec{B}_0 = (0,0,B_0)$ ) for å studere bevegelsen til en partikkel i planet vinkelrett på B-feltet (xy-planet). Bevegelsesligningene forenkles da til

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} v_y B_0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{q}{m} v_x B_0$$

og

$$\frac{dr_x}{dt} = v_x$$

$$\frac{dr_y}{dt} = v_y.$$

For å løse disse numerisk bruker vi Euler's metode for å tilnærme den tidsderiverte som en endelig differanse mellom tiden  $t$  og  $t + h$  der  $h$  er steglengden:

$$\frac{df(t)}{dt} \approx \frac{f(t+h) - f(t)}{h}.$$

Anvendt på bevegelsesligningene gir dette:

$$\frac{v_x(t+h) - v_x(t)}{h} = \frac{q}{m} v_y(t) B_0$$

$$\frac{v_y(t+h) - v_y(t)}{h} = -\frac{q}{m} v_x(t) B_0$$





$$\frac{r_x(t+h) - r_x(t)}{h} = v_x$$

$$\frac{r_y(t+h) - r_y(t)}{h} = v_y.$$

Ved å omrokkere dette får vi uttrykk for  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $r_x$ , og  $r_y$  ved  $t+h$  uttrykt ved verdiene for  $t$ :

$$v_x(t+h) = v_x(t) + h \left( \frac{q}{m} v_y(t) B_0 \right)$$

$$v_y(t+h) = v_y(t) - h \left( \frac{q}{m} v_x(t) B_0 \right)$$

$$r_x(t+h) = r_x(t) + h v_x(t)$$

$$r_y(t+h) = r_y(t) + h v_y(t).$$

**Øving 1:** Skriv et program i et valgfritt programmeringsspråk (f.eks. Python) som numerisk løser bevegelsesligningene for et elektron og et oksygenion ( $O^+$ ) i et statisk magnetfelt på 50 000 nT. La  $\vec{r} = (0,0,0)$  og  $\vec{v} = (500,0,0)$  m/s for  $t = 0$  i begge tilfeller. Velg tilstrekkelig oppløsning  $h$  i forhold til gyrobevegelsen.

**Øving 2:** Plot partiklenes baner og sammenlign med teoretiske verdier for gyroradius og -frekvens.

**Øving 3:** Modifiser programmet til å inneholde en gradient i magnetfeltet slik at  $\nabla B \perp B$  og  $B = B(y)$ . Du kan for eksempel velge en stegfunksjon:

$$B(y) = 1B_0 \text{ for } y < r_e$$

$$B(y) = 2B_0 \text{ for } y \geq r_e$$

der  $r_e$  er gyroradiusen til elektronet i nedre del av domenet.

Plot partikkelbanen og diskuter resultatet.

