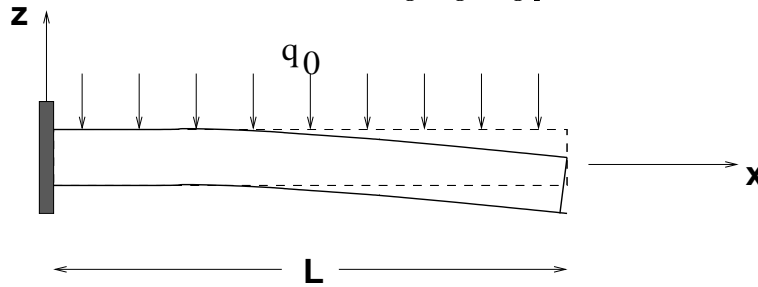


Oppgave om bjelke-akselerasjonssensor

I denne oppgaven skal vi bruke MathCad til utregninger og plot.



For en fast innspent utkragerbjelke kan man beregne følgende nedbøyningsfunksjon ved å integrere differensiallikningen for en bjelke og benytte passende endebetingelser:

$$w(x) = \frac{q_0 x^2}{24EI} (x^2 + 6L^2 - 4Lx)$$

Her er q_0 en jevnt fordelt kraft pr. lengdeenhet langs bjelken, E er Young's modul (elastisitetsmodulen), I er treghetsmomentet, og L er bjelkens lengde (bjelken er fast innspent i $x = 0$ og fri i $x = L$). Vi skal se på en bjelke med rektangulært tverrsnitt

$$-b/2 \leq y \leq b/2, \quad -h/2 \leq z \leq h/2$$

der z -aksen peker i motsatt retning av kraften q_0 . Treghetsmomentet I er da $bh^3/12$. Et viktig spenningsmål er normalspenningen på et plan normalt på bjelkeaksen:

$$\sigma_{xx} = zEw''(x)$$

Systemet bjelken er en del av er utsatt for en akselerasjon a .

Passende data for problemet er $a = 50g$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $L = 3 \text{ mm}$, $b = 50 \text{ }\mu\text{m}$, $h = 10 \text{ }\mu\text{m}$, $E = 168 \text{ GPa}$. Tettheten av materialet i bjelken settes til $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$.

- Tegn tverrsnittet i et y, z -aksekor.
- Hva er kraften q_0 som virker på bjelken pr. lengde-enhet når akselereasjonssensoren er utsatt for en akselerasjon a ?
- Plot utbøyningen $w(x)$ for hele bjelken ($0 \leq x \leq L$). (Hint: w er positiv for en utbøyning *nedover*, dvs. i negativ z retning, så det kan lønne seg å plote $-w$ i stedet for w slik at utbøyningen blir i samme retning som lasten q_0 (den er også positiv i negativ z -retning).)
- Hvor har vi maksimal utbøyning? Hvor stor er utbøyningen i dette punktet?
- Tegn opp σ_{xx} som funksjon av z for $a = 50$ og $x = L$. Hva bør være minimum og maksimum z -koordinater i plottet?
- Hva betyr σ_{xx} fysisk? Plot σ_{xx} som en funksjon av x for den z som gir den største spenningen i et (vilkårlig) tverrsnitt. Finn hvor σ_{xx} er maksimal.
- Plot maksimal utbøyning som funksjon av a når $0 \leq a \leq 50$ og $x = L$.

Oppgave om ...

Vi har en sirkulær plate (“membran”) med radius R som er fast innspent og påkjent av en kraft pr. flateenhet p_0 . Ved å løse differensiallikningen for utbøyning av en plate i radielle koordinater, og bruke passende betingelser langs innspenningen, kommer man frem til følgende uttrykk for nedbøyningen $w(r)$:

$$w(r) = \frac{p_0 R^4}{64D} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2$$

der D er platestivheten

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

og E er Young’s modul, ν er Poisson’s forhold, og h er platens tykkelse. Verdier av parameterne er som i forrige oppgave. Bruk $R = L$, $p_0 = \text{N/m}^2$.

- (a) Plot $w(r)$ for $0 \leq r \leq R$ (hint: plot $-w$).
- (b) Finn maksimal utbøyning.