GEF1100 - Løsningsforslag til oppgaver fra kapittel 10 og 11

i.h.h.karset@geo.uio.no

Oppgave 1

Vi skiller mellom to ulike sirkulasjoner i havet. Hvilke? Hvordan drives disse? *1) Den vinddrevene sirkulasjonen. Vinden utfører et tangentielt stress på vannoverflaten og sørger for at momentum (bevelgelsesmengde) over føres til havet via bølger og turbulente bevegelser. 2) Den termohaline sirkulasjonen. Tetthetsforskjeller mellom kaldt (stor tetthet) og varmt (liten tetthet) vann, salt (stor tetthet) og mindre salt (liten tetthet) vann skapes i den øverste delen av havet når vi har oppvarming (pga innkommende solstråling), nedbør (mindre salt vann) eller fordamping (saltere vann). Siden det er store forskjeller mellom innkommende solstråling ved ekvator sammenliknet med høyere breddegrader, får vi en storskala tetthetsgradient .*

Oppgave 2

a) Hva er Ekmantranport? *Transport av vannmasser i havet ved havoverflaten og et stykke nedover (ned til Ekmandypet som varierer med vindhastighet og breddegrad, men er på ca 10-100 m). Transporten kommer som følge av vindstress. På nordlig(sørlig) halvkule vil overflatestrømmen virke 45° til høyre(venstre) for vindretningen, mens Ekmanrtansporten vil være rettet 90° til høyre(venstre) for vindretningen.*

b) Bevegelseslikningene i horisontalen kan skrives slik:

$$\frac{Du}{Dt} + \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial x} - fv = F_x$$
$$\frac{Dv}{Dt} + \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial y} + fu = F_y.$$

Ta utgangspukt i disse bevegelseslikningene og utled uttrykk for Ekmantransporten, $M_E = U_E\hat{i} + V_E\hat{j} = \int_{-\delta E}^{0} \rho_{ref}(u_{ag}\hat{i} - v_{ag}\hat{j})dz$

Vi antar at vi ser på storskalasystemer. Her er Rossbytallet lite, dvs at Coriolisleddet dominerer over akselerasjonsleddet, og vi kan neglisjere sistnevnte. Vi står altså *igjen med*

$$\frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial x} - fv = F_x$$
$$\frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial y} + fu = F_y.$$

Fra geostrofisk balanse har vi at

$$v_g = \frac{1}{\rho_{ref} f}\frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial x} = fv_g$$
$$u_g = -\frac{1}{\rho_{ref} f}\frac{\partial p}{\partial y} \Rightarrow \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial y} = -fu_g.$$

Ved å erstatte trykkgradient-leddene i bevegelseslikningene med hhv fv_g *og* $-fu_g$, *får vi at*

$$fv_g - fv = F_x \Rightarrow f(v_g - v) = F_x$$
$$-fu_g + fu = F_y \Rightarrow f(u - u_g) = F_y$$

Siden vinden kan skrives som summen av den geostrofiskekomponenten og den ageostrofiske komponenten ($v = v_g + v_a$*), får vi at*

$$-fv_a = F_x$$
$$fu_a = F_y$$

Friksjonskraften, F *skydels vindtress,* τ*. Fra likning (10-2) i boka ser vi at friksjonskraften kan skrives som funksjon av vinstresset på denne måten:*

$$F = \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial \tau}{\partial z}$$

Setter vi dette inn for F*, får vi*

$$-fv_a = \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$
$$fu_a = \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial \tau_y}{\partial z}$$

integrerer vi mhp på z fra Ekmandypet og opp til overflaten, får vi at

$$-\int_{-\delta E}^{0} fv_a \, dz = \frac{1}{\rho_{ref}}\int_{\tau_x(z=-\delta_E)}^{\tau_x(z=0)} d\tau_x$$
$$\int_{-\delta E}^{0} fu_a \, dz = \frac{1}{\rho_{ref}}\int_{\tau_y(z=-\delta_E)}^{\tau_y(z=0)} d\tau_y$$

Uttrykkene på venstre side kjenner vi igjen som Ekmantransporten. Vi får at

$$-fV_E = \frac{1}{\rho_{ref}}(\tau_x(z=0) - \tau_x(z=-\delta_E)) = \frac{1}{\rho_{ref}}(\tau_{x,wind} - 0))$$
$$fU_E = \frac{1}{\rho_{ref}}(\tau_y(z=0) - \tau_y(z=-\delta_E)) = \frac{1}{\rho_{ref}}(\tau_{y,wind} - 0)$$

og ender opp med

$$-fV_E = \frac{1}{\rho_{ref}}\tau_{x,wind} \quad og \quad fU_E = \frac{1}{\rho_{ref}}\tau_{y,wind} \tag{1}$$

c) Bruk uttrykkene for Ekmantransporten du fant i forrige oppgave til å finne ut hvordan vinkelen mellom vindstresset og Ekmantransporten er. $\tau_{x,wind}$ *og* $\tau_{y,wind}$ *er vindstresset (altså ved overflaten) i hhv. x- og y-retning, mens* U_E *og* V_E *er Ekmantransporten i hhv. x- og y-retning. Fra den første likningen ser vi at Ekmantrasporten i y-retningen virker 90° til høyre for vindstressets x-komponent. Fra den andre likningen ser vi at Ekmantransporten i x-retning virker 90° til høyre for vindstresset i y-retning. Skriver vi om likningene til å være på vektorform (gjør som vi gjorde for geostrofisk vind i kap.7), får vi at* $M_{EK} = \frac{\tau_{wind} \times \hat{z}}{f}$. *Ved bruk av høyrehåndsregelen for kryssprodukt ser vi at den totale Ekmantransporten går 90° til høyre for vindstresset. (Legg merke til at man på sørlig halvkule vil få transport til venstre for vindstresset, siden Coriolisparameteren her har negativt fortegn).*

d) Hvorfor vil vi få konvergens ved Ekmantransport i en antisyklon (med klokka på NH) og divergens i en syklon (mot klokka på NH)? Hva har dette med Ekmanpumping å gjøre? *Se figur 10.6 i boka. Siden transporten vil gå til høyre for vindstresset, ser vi at dette må stemme. I tilfellet med konvergens, vil all massen som samles i midten av antisyklonen måtte transporteres et sted → vertkalt nedover. Dette kalles Ekmanpumping.*

e) Bruk Ekmanteori til å forklare hvorfor vindstresset på havoverflaten (se Figur 10.2 i boka) fører til at vannet i det øverste laget i havet konvergerer og synker ved 30°N (se Figur 10.11 i boka). *Vi ser på nå nordlig halvkule. Ved midlere breddegrader har vi westerlies ved havoverflaten (vind fra vest mot øst, eastward wind stress). Fra Ekmanteori vet vi at Ekmantransporten grunnet dette vindstresset vil være rettet sørover. Ved tropene har vi easterlies ved havoverflaten (vind fra øst mot vest, westward wind stress). Fra Ekmanteori vet vi at Ekmantransporten grunnet dette vindstresset vil være rettet nordover. Dette vil føre til konvergens (opphopning) av vannmasser ved overflaten i subtropene, og vannmassene vil deretter synke ned. Dette kaller vi for "downward Ekman pumping". Se Figur 10.10 i boka for illustrasjon.*

f) Forklar hvordan vindfelt av stor skala kan påvirke overflatetemperaturen. *Vi har sett at vinden utfører et stress på havet, som igjen fører til en transport av vannmasser. På denne måten kan vannmasser fra steder hvor det er kaldt (ved høyere* *breddegrader) transporteres til steder hvor det er varmet (ved lavere breddegrader) og motsatt. Dette kan påvirke overflatetemperaturen. En annen effekt av Ekmantransport er Ekmanpumping/Ekmansuging, som kan bringe vannmasser med lav temperatur opp mot havoverflaten, og som dermed vil redusere overflatetemperaturen.*

g) Vi har stort sett vind fra sør mot nord ved havoverflaten ved vestkysten av Sør-Amerika (sørlig halvkule). Forklar hvorfor dette vil føre til upwelling. *Tegn figur med piler. Vinden peker nordover. Siden vi er på sørlig halvkule, vil Ekmantransporten skje til venstre for vindretning, altså vestover. For å oppnå massebevaring, må vannet som ble transportert bort fra kysten med Ekmantransporten erstattes av vann nedenifra.*

Oppgave 2

a) Geostrofisk balanse er en god antagelse for havets indre. Skriv opp matematiske uttrykk for den geostrofiske balansen (del opp i x- og y-retning)

$$-fv + \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$
$$fu + \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

b) Når vi skal regne på vinddrevet sirkulasjon i havet, tar vi likevel ikke utgangspunkt i likningene du satte opp i a), men disse:

$$-fv + \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$
$$fu + \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial \tau_y}{\partial z}$$

Hva er årsaken til det? Hva representerer leddet på høyre side? *I oppgave 1) har vi sett at strømmer nær overflaten påvirkes av vindstresset ved havoverflaten. Dette medfører at vi må anse at et øvre lag i havet er direkte påvirket av vinden, og at vi dermed ikke har geostrofisk balanse. For å kompensere for dette, kan vi tilføye et vertikalt avtagende vindstress til de geostrofiske likningene på høyre side av likningene som dermed bremser bevegelsene.*

c) Deriver den første likningen mhp y, den andre likningen mhp x, anta at væsken vi ser på er inkompressibel (hva betyr det, og hvorfor er dette er grei antagelse?) og vis at likningene over kan skrives som

$$\beta v = f\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho_c}\left(\frac{\partial^2 \tau_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \tau_x}{\partial z \partial y}\right)$$

Hva betyr β?

Deriverer Liking 1 mhp y og Liking 2 mhp x:

$$
\begin{aligned}
-f\frac{\partial v}{\partial y} - v\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} &= \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial^2 \tau_x}{\partial z \partial y} \\
f\frac{\partial u}{\partial x} - u\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} &= \frac{1}{\rho_c}\frac{\partial^2 \tau_y}{\partial z \partial x}
\end{aligned}
$$

Trekker Likning 1 fra Likning 2. Legg merke til at Coriolisparameteren ikke endrer seg langs en breddegrad, så $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$. *Vi får at:*

$$
f\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + v\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{\rho_c}\left(\frac{\partial^2 \tau_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \tau_x}{\partial z \partial y}\right)
$$

Vannet i havet kan tilnærmes som inkompressibelt, det vil si at tettheten er tilnærmet konstant. For inkompressible fluider har vi følgende kontinuitetslikning:

$$
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0
$$

Benytter vi dette i uttrykket vårt, får vi at

$$
-f\frac{\partial w}{\partial z} + v\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{\rho_c}\left(\frac{\partial^2 \tau_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \tau_x}{\partial z \partial y}\right)
$$

Hvordan den meridionalt endringen til Coriolisparameteren er, $\frac{\partial f}{\partial y}$, *går under navnet "Rossby parameteren", og skrives ofte bare som* β. *Vi får derfor at*

$$
\beta v = f\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho_c}\left(\frac{\partial^2 \tau_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \tau_x}{\partial z \partial y}\right)
$$

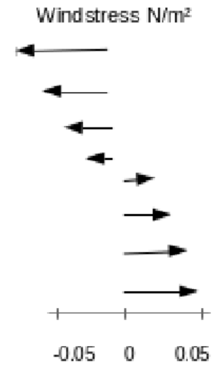
d) Uttrykket vi kom fram til i oppgave c) kalles for virvlingsbalansen (vorticity balance). Hvordan vil virvlingsbalansen se ut i havets indre, langt borte fra overflaten? *Her vil det ikke virke noen overflatefriksjon fra vindstresset. Vi vil altså bares stå igjen med*

$$
\beta v = f\frac{\partial w}{\partial z}
$$

Oppgave 3

a) Vi kan bruke Likningen vi kom fram til i oppgave 2c) til å utforske hvordan havets respons til vinden på en storskala vil være. Hvis vi integrerer Likningen vertikalt fra bunnen ved $z = -D$ og til overflaten ved $z = 0$, ender vi opp med denne Likningen:

$$
\beta V = \frac{1}{\rho_c}\left(\frac{\partial \tau_{y,wind}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{x,wind}}{\partial y}\right),
$$



Figur 1: Vindstresset over det Indiske hav mellom 40° S og 20°S.

hva står V for? Hva står $\tau_{x,wind}$ og $\tau_{y,wind}$ for? Hva kalles denne Likningen, og hva uttrykket den? Skriv den om som en vektorlikning

V er den meridionale dybdeintegrerte transporten av vannmasser (dvs i nord-sør-retning), mens $\tau_{x,wind}$ og $\tau_{y,wind}$ er vindstresset ved havoverflaten. Likningen kalles for Sverdrup-balansen. På vektorform vil den se slik ut:

$$V = \frac{\hat{z} \cdot \nabla \times \tau_{wind}}{\beta \rho_c}$$

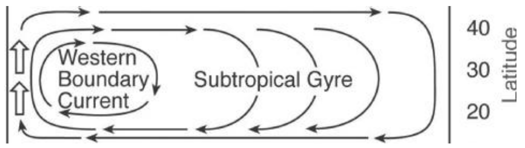
Vi ser altså at den meridionale massetransporten er proporsjonal med curlen til vindstresset ved overflaten

b) La oss videre se om denne balansen kan fortelle oss noe om transporten i den sørlige delen av det Indiske hav mellom 40° S og 20°S. Anta at vindstresset i øst-vest-retning i dette området er som gitt i Figur 1, og at vindstresset i nord-sør-retning er neglisjerbart. Bruk Sverdrup-balansen til å forklare i hvilken retning den meridionale dybdeintegrerte transporten av vannmasser vil gå.

Fra Figuren ser vi at $\frac{\partial \tau_{x,wind}}{\partial y}$ er negativ siden vindstresset avtar nordover. Rossbyparameteren, $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ er alltid positiv siden Coriolisparameteren er størst ved nordpolen, avtar til null mot ekvator, og avtar videre til å bli mer og mer negativ jo nærmere sydpolen man kommer (altså øker f alltid nordover, følgelig er $\frac{\partial f}{\partial y} > 0$). Tettheten ρ_c er også større enn null. Siden Sverdrupbalansen i dette tilfellet kan skrives som

$$V = -\frac{\frac{\partial \tau_{x,wind}}{\partial y}}{\beta \rho_c},$$

og $\frac{\partial \tau_{x,wind}}{\partial y} < 0$, får vi at $V > 0$. Transporten vil altså skje nordover.



Figur 2: Den subtropiske gyren på nordlig halvkule. Henter fra Marshall & Plumb, 2008

Oppgave 4

a) Boka forteller mye om "ocean gyres". Hva er det? *En gyre er en strømvirvel i havet som i stor grad er drevet av vinden. De roterer med klokken på nordlig halvkule og mot klokken på sørlig halvkule.*

b) Vi studerer den subtropiske gyren på nordlig halvkule i Figur 2. Horisontaltransporten av vannmasser nordover ved østkysten av kontinentene (men vestsiden av havet) kalles her for "western boundary currents". Vi ser at denne transporten er mer intensiv enn den som går sørover ved vestkysten av kontinentene (eastern boundary currents). Hvordan ville gyren ha sett ut dersom Corioiseffekten ikke hadde vært sterkere jo lengre nord man kommer? *Da ville strømmene ha vært like sterke/svake på begge sidene av havbassenget.*

Oppgave 5

a) Til nå har vi sett på den vinddrevne sirkulasjonen som skyldes vindstresset ved havoverflaten. I oppgave 1 så vi også at vi har en termohalin sirkulasjon som drives av tetthetsforskjeller. Hvilke av disse er raskest? *Den vinddrevne sirkulasjonen er mye raskere, men det betyr ikke at den termohaline ikke er viktig!*

b) Hvorfor får vi tetthetsforskjeller i havet? *Oppvarming pga innkommende stråling fra sola nær ekvator gir varmt vann med lav tetthet sammenliknet med kaldere vann ved polene. Når det regner, tilføres ferskt vann med lav salinitet (saltinnhold). Jo lavere saltinnhold, jo lavere tetthet. (Tenk på dødehavet. Her er det veldig salt. Bader man her, kan man flyte oppå vannet uten badering, alså har vannet en høyere tetthet enn vann vi ellers må ha badering for å flyte i). Oppvarming kan også føre til fordamping. Vannet som ikke ble fordampet vil da bli litt mer salt da det ha overtatt mye av saltet fra vannet som fordampet. Når saltvann fryser til is, vil mye av saltet samles opp i vannet rundt og under isen. Følgelig vil vannet her være saltere og ha høyere tetthet enn andre steder. Når havis smelter vil vannet rundt bli mindre salt siden vannet fra isen ikke inneholder særlig mye salt.*

c) Netto varmeflukser gjennom havoverflaten er gitt ved

$$Q_{net} = Q_{SW} + Q_{LW} + Q_S + Q_L,$$

hvor Q_{SW} er fluks av kortbølget stråling, Q_{LW} er fluks av langbølget stråling, Q_S er fluks av følbar varme, mens Q_L er fluks av latent varme. Tegn er figur som viser hvordan de ulike fluksene varierer med breddegrad. *Se Figur 11.2 i boka*

c) Q_{LW}, Q_S og Q_L vil i gjennomsnitt bidra til en nedkjøling av havet. Forklar hvordan hver av de tre fluksene bidrar negativt. *Fluks av langbølgetstråling vil virke nedkjølende da havet emitterer mer langbølget stråling enn det mottar fra atmosfæren over. Fluks av følbar varme virker fra havet og opp til lufta over dersom havet er varmere enn lufta over, og motsatt vei hvis det motsatte er tilfelle. I snitt er havoverflaten 1-2 grader varmere enn lufta over, så den gjennomsnitlige fluksen av følbar varme virker nedkjølende. Hvis lufta over havoverflaten ikke er mettet vil vann fordampe og overføre latent varme til lufta over. Hvis lufta er våt, og mettet, vil vanndamp i lufta kondensere på havoverflaten og overfør latent varme fra lufta og til vannet. Siden lufta som regel ikke er mettet, vil fluksen av latent varme virke oppover og dermed nedkjølende på havet.*

d) Den termohaline sirkulasjonen drives av oppdriftsforskjeller som skyldes enten av termale eller haline prosesser. Hva betyr det? *Termale betyr at oppdriftsforskjellene skyldes oppvarming eller nedkjøling. Haline betyr at oppdriftsforskjellene skyldes forskjeller i saliniteten.*

e) Vi har tidligere sett at termavindlikningen forteller oss hvordan den geostrofiske vinden i atmosfæren endrer retning og styrke med høyden. Termalvindlikningen under gjelder for inkompressible fluider, som havet. Bruk denne til å finne ut hvordan havstrømmens retning og styrke ville ha blitt endret med dypet i havet dersom vi antar geostrofisk balanse og kun termisk drevet sirkulasjon. Oppvarmingen skjer ved ekvator og nedkjøling skjer ved polene.

$$\frac{\partial \overrightarrow{u_g}}{\partial z} = -\frac{g}{f\rho_c}\hat{z} \times \nabla\rho$$

Skriver vi om likningen på komponentform, får vi at

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = \frac{g}{f\rho_c}\frac{\partial \rho}{\partial y}$$
$$\frac{\partial v_g}{\partial z} = -\frac{g}{f\rho_c}\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

Den andre likningen kan vi ser bort ifra da tettheten ikke varierer med lags en breddegrad i vårt eksempel (antar lik tetthet i øst-vest-retning). Vi ser først på nordlig halvkule. Hvis vi har oppvarming ved ekvator og nedkjøling ved nordpolen, vil vi ha høyere tetthet ved ekvator enn ved nordpolen, og følgelig vil gradienten $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ *være positiv. Siden alle konstantene i brøken foran også er positive, vil vi ha at havstrømmen vil øke i retning øst jo lengre opp i havet vi kommer.*