GEF1100 - Løsningsforslag til oppgaver fra kapittel 4

i.h.h.karset@geo.uio.no

Oppgave 4.9.7

Oppgave:

a) Først skal vi beregne den potensielle temperaturen ved hhv. 5 km, 10 km og 20 km over bakken til en luftpakke med temperaturen $T = 280$ K.

b) Deretter skal vi finne ut hva temperaturen til en luftpakke ville ha vært om den klarte å flytte seg adiabatisk fra 10 km til 5 km.

Løsning:

a) Potensiell temperatur er gitt ved:

$$\theta = T \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/c_p}$$

Fra tidligere har vi at:

$$p = p_0 e^{-\frac{g}{RT}z}$$

(Hvis du er usikker på hvor vi har dette fra, kan du prøve å utlede det fra hydrostatisk liking og ideell gasslov.)

Kombinerer vi disse uttrykkene, får vi potensiell temperatur, θ, som en funksjon av høyde over bakken, z:

$$\begin{aligned}\Rightarrow \theta &= T \cdot \left(\frac{p_0}{p_0 e^{-\frac{g}{RT}z}}\right)^{R/c_p} \\ &= T \cdot \left(e^{\frac{g}{RT}z}\right)^{R/c_p} \\ &= T \cdot e^{\frac{gz}{Tc_p}}\end{aligned}$$

(Enhetssjekk for eksponenten. Den skal være benevningsløs:)

$$\frac{\overset{m/s^2}{g} \cdot \overset{m}{z}}{\underset{K}{T} \cdot \underset{J/kg\cdot K}{c_p}} : \quad \frac{\frac{m}{s^2}\cdot m}{K \cdot \frac{J}{kg\cdot K}} = \frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{kg\,m^2}{s^2\cdot kg}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$J = \frac{kg\,m^2}{s^2}$$

Setter vi inn verdier for de ulike konstantene (T, g og c_p) ved de ulike høydene, får vi den potensielle temperaturen:

$$\theta(5\text{ km}) = 280 \cdot e^{\frac{9,81\cdot 5000}{280\cdot 1004}} = 333\text{ K } (= 60\ ^\circ\text{C})$$
$$\theta(10\text{ km}) = 280 \cdot e^{\frac{9,81\cdot 10000}{280\cdot 1004}} = 397\text{ K } (= 124\ ^\circ\text{C})$$
$$\theta(20\text{ km}) = 280 \cdot e^{\frac{9,81\cdot 20000}{280\cdot 1004}} = 563\text{ K } (= 290\ ^\circ\text{C})$$

b) Adiabatisk bevegelse betyr at den potensielle temperaturen er bevart (vi beveger oss langs tørradiabaten). Siden den potensielle temperaturen ved 10 km er 397 K, vil den fortsatt være det samme etter at den har flyttet seg adiabatisk ned til 5 km. Lufta blir trykket sammen når den beveger seg nedover, så vi kan forutsi at teperaturen, T, må ha økt, men vi regne ut hvor mye:

I vår isotermale atmosfære på $T = 280$ K er trykket ved 5 km lik:

$$\begin{aligned} p(z) &= p_0 e^{-\frac{g}{RT}z} \\ p(5\text{ km}) &= 1013 \cdot 10^2 \cdot e^{-\frac{9,81}{287\cdot}} \\ &= 550\text{ hPa} \end{aligned}$$

Løser vi uttrykket for den potensielle temperaturen mhp. T, får vi:

$$T = \theta \left(\frac{p_0}{p}\right)^{-R/c_p}.$$

Vi kan nå beregne temperaturen til luftpakken ved 5 km ved å sette in verdiene vi har. Husk at θ er den samme som ved 10 km:

$$\begin{aligned} T &= 397 \cdot \left(\frac{1013}{550}\right)^{-287/1004} \\ &= 333\text{ K} \end{aligned}$$

Kommentar:

Det er atmosfæren i denne oppgaven som holder temperaturen T = 280 K over alt. En luftpakke som blir flyttet adiabatisk ned, vil få økt temperatur pga kompresjon, og vil følgelig være varmere enn den omkringliggende lufta. Pakken vil være ustabil siden den er varmere enn omgivelse, og det må krefter til for å holde den nede ved 5 km. Hvis ikke vil den bare stige opp igjen til 10 km hvor den vil være stabil.