GEF1100 - Løsningsforslag til oppgaver fra kapittel 6

i.h.h.karset@geo.uio.no

Oppgave 1

a)

Hva er forskjellen mellom Lagrangesk og Eulersk representasjon av en væskebevegelse? Gi et eksempel på hver av dem.

Lagrangesk: Væskevolumet som studeres består av de samme partiklene som følger med vinden/strømmen. Eulersk: Væskevolumet som studeres er forankret stasjonært i koordinatsystemet. For førstnevte vil det være de samme partiklene som utgjør væskevoloumet til en hver tid, men det for sistnevnte vil kunne være utskiftninger av partiklene. Eksempel fra havet: En havstrøm studeres enten ved å beskrive vannet som strømmer gjennom en kube som er fast i rommet (Eulersk) eller ved å velge ut et volum som vi følger med strømmen (Langrangesk).

b)

Uttrykket i Likning (1) viser den totalderiverte av hastigheten $\mathbf{u}$. Er dette snakk om Lagrangesk eller Eulersk derivasjon? Begrunn svaret.

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\, \mathbf{u} \tag{1}$$

Fra Likning (1) ser vi at hastigheten både kan variere med tiden, t, og posisjonen i rommet, x, y og z. Sistnevnte ser vi i nabla-operatoren, ∇, som er det samme som $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$. Det er derfor snakk om Lagrangesk derivasjon, da man ved Eulersk kun ser på den tidsderiverte på et fiksert punkt.

c)

Skriv om Likning (1) til å være på kartesiske koordinater, og sorter dem på komponentform.

$$
\begin{aligned}
\frac{D\mathbf{u}}{Dt} &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\,\mathbf{u} \\
&= \left(\frac{\partial u}{\partial t}\hat{\imath} + \frac{\partial v}{\partial t}\hat{\jmath} + \frac{\partial w}{\partial t}\hat{k}\right) + \left(\left(u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}\right)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath}\right)\right)\left(u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}\right) \\
&= \left(\frac{\partial u}{\partial t}\hat{\imath} + \frac{\partial v}{\partial t}\hat{\jmath} + \frac{\partial w}{\partial t}\hat{k}\right) + \left(u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}\right) \\
&= \left(\frac{\partial u}{\partial t}\hat{\imath} + \frac{\partial v}{\partial t}\hat{\jmath} + \frac{\partial w}{\partial t}\hat{k}\right) + u\frac{\partial u}{\partial x}\hat{\imath} + v\frac{\partial u}{\partial y}\hat{\imath} + w\frac{\partial u}{\partial z}\hat{\imath} + u\frac{\partial v}{\partial x}\hat{\jmath} + v\frac{\partial v}{\partial y}\hat{\jmath} + w\frac{\partial v}{\partial z}\hat{\jmath} + u\frac{\partial w}{\partial x}\hat{k} + v\frac{\partial w}{\partial y}\hat{k} + w\frac{\partial w}{\partial z}\hat{k}
\end{aligned}
$$

Delt opp i x- y- og z-retning ender vi opp med følgende:

$$
\begin{aligned}
&\textit{x-retning:} \quad && \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \\
&\textit{y-retning:} \quad && \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \\
&\textit{z-retning:} \quad && \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}
\end{aligned}
$$

Oppgave 2

a)

Skriv opp hele bevegelseslikningen i z-retning og forklar hva de ulike leddene står for

$$
\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g = \boldsymbol{F}_z
$$

De tre første leddene beskriver akselerasjonen, både i form av hvordan hastigheten endres med tiden og med rommet. Deretter kommer trykkgradientkraften, men vi legger merke til at enheten blir m/s^2, altså er det snakk om trykkgradientkraft per enhetsmasse (så dette blir jo også en form for akselerasjon). Siste ledd på venstre side er gravitasjonsakselerasjonen, mens leddet på høyre side er friksjonskraft per enhetsmasse (også en akselerasjon).

b)

Bruk uttrykket du fant i oppgave a) til å komme fram til hydrostatisk likning, $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$. Hvilke antagelser må gjøres, og under hvilke forhold er det greit å gjøre disse antagelsene?

Vi antar at akselerasjon og friksjon i vertikalen er neglisjerbare. Dermed står vi igjen med

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g &= 0 \\
\frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g
\end{aligned}
$$

Det er greit å gjøre disse antagelsene når vi ser på storskalasystemer i atmosfæren eller i havet, men ved mindre skalaer, f.eks. når vi ser på konvektive systemer, kan vi ikke neglisjere vertikalakselerasjonen.

c)

Integrer hydrostatisk likning mellom to trykkflater, p_1 og p_2, som ligger i høyden z_1 og z_2 og vis at

$$p_2 = p_1 e^{\frac{z_1 - z_2}{H}},$$

der $H = \frac{R\overline{T}}{g}$, mens $\overline{T}$ er gjennomsnittstemperaturen i lufta mellom de to trykkflatene.

$$\begin{aligned}
\frac{dp}{dz} &= -\rho g \\
\frac{dp}{dz} &= -\frac{g}{RT}p && \textit{Her bruker vi ideell gasslov: } p = \rho RT \\
\int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{p}\, dp &= -\frac{g}{R\overline{T}} \int_{z_1}^{z_2} dz \\
\int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{p}\, dp &= \frac{g}{R\overline{T}} \int_{z_2}^{z_1} dz \\
ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) &= \frac{g}{R\overline{T}}(z_1 - z_2) \\
e^{ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} &= e^{\frac{g}{R\overline{T}}(z_1 - z_2)} \\
\frac{p_2}{p_1} &= e^{\frac{g}{R\overline{T}}(z_1 - z_2)} \\
p_2 &= p_1 e^{\frac{(z_1 - z_2)}{H}} && \textit{Her bruker vi at } \frac{1}{H} = \frac{g}{R\overline{T}}
\end{aligned}$$

Oppgave 3

a)

Hva går massebevaringsloven/kontinuitetslikningen ut på? Skriv opp det matematisk uttrykket og løs dette opp til kartesiske koordinater

Massebevaringsloven, eller kontinuitetslikningen, går ut på at massen er bevart. Den forsvinner ikke. Den eneste måten massen i et volum kan endres, er hvis det går masse inn eller ut av volumet vi ser på (gjennom "veggene"). Kontinuitetslikningen er er mer generelt uttrykk, da man kan ha bevaring av mange andre størrelser enn masse.

$$Massebevaringsloven:$$
$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla\cdot\mathbf{u} = 0$$
$$Vi\ deler\ den\ opp\ ledd\ for\ ledd:$$
$$\begin{aligned}\frac{D\rho}{Dt} &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\rho \\ &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + \left(u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho \\ &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + u\frac{\partial\rho}{\partial x} + v\frac{\partial\rho}{\partial y} + w\frac{\partial\rho}{\partial z} \\ \rho\nabla\cdot\mathbf{u} &= \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\end{aligned}$$
$$Slått\ sammen\ får\ vi\ at:$$
$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla\cdot\mathbf{u} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + u\frac{\partial\rho}{\partial x} + v\frac{\partial\rho}{\partial y} + w\frac{\partial\rho}{\partial z} + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

Kommentar:
Merk at

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot\nabla &\neq \nabla\cdot\vec{u} \\ \vec{u}\cdot\nabla &= u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} \\ \nabla\cdot\vec{u} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}$$

b)

Under hvilke omstendigheter kan kontinuitetslikningen reduseres til uttrykket i Likning (2)? Hvorfor kan denne likningen brukes for havet, og ikke for atmosfæren?

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2}$$

Kontinuitetslikningen kan reduseres til uttrykket i Likning (2) når vi ser på inkompressible fluider, altså fluider som ikke kan presses sammen til å ha mer masse per volum enn det det har fra før av. Dette er tilfellet for havet, men vi vet at dette ikke er tilfellet for atmosfæren, hvor lufta komprimeres når den blir transportert ned mot bakken og mot høyere trykk.

c)

Kontinuitetslikningen for atmosfæren kan reduseres til

$$\nabla_p\cdot\mathbf{u}_p = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial p} = 0. \tag{3}$$

Hva betyr subscriptet p og hvilke antagelser er gjort for å komme fram til Likning (3)?

Subscriptet p minner oss om at vi jobber med trykkoordinater (legg merke til p'en i nevneren i siste ledd på venstre side). Vi har antatt at hydrostatisk likning gjelder.

Oppgave 4

Utviklingen til et fluid kan bestemmes ved hjelp av fem likninger som tilsamenn går under navnet "The governing equations". Disse kommer dere til å få mye med å gjøre gjennom senere kurs innen meteorologi, oseanografi, fluidmekanikk m.m. I oppgavene over, har vi allerede jobbet med fire av dem; de tre bevegelseslikningene (disse er egentlig Newtons andre lov, men siden man ser på per enhetsmasse, får man uttrykk for akselerasjon) og massebevaringsloven (kontinuitetslikningen).

a)

Hva er den femte og siste av disse likningene? Skriv opp likningen, og forklar hva de ulike leddene står for.

$$\frac{DQ}{Dt} = c_p \frac{DT}{Dt} - \frac{1}{\rho}\frac{Dp}{Dt}$$

Den femte og siste likningen er termodynamikkens første lov. Venstre side er den diabatiske oppvarmingsraten per enhetsmasse. Denne oppvarmingen skyldes altså noe annet enn trykkendringer (kan f.eks. være oppvarming pga absorbsjon av stråling eller pga kondensasjon av vanndamp). Det første leddet på høyre side viser oppvarmingsraten per enhetsmasse totalt sett. Det siste leddet på venstre side er oppvarmingsrate per enhetsmasse som skyldes trykkendringer. Når trykket øker, øker temperaturen. Likningen er litt rart satt opp i forhold til hva dere er vandt med. På videregående lærte dere at denne likningen kunne skrives på formen: $dU = dQ + dW$, hvor dU er endring i indre energi (tilsvarer det første leddet på høyre side), dQ er tilført varme (tilsvarer leddet på venstre side), mens dW er arbeidet omgivelsene gjør på fluidet (tilsvarer det andre leddet på høyre side).

b)

Hva betyr isobarisk bevegelse? Hvordan blir likningen du kom fram til i a) seende ut ved isobarisk bevegelse?

Isobarisk bevegelse betyr at vi beveger oss langs en trykkflate. Vi har altså at $\Delta P = 0$. Vi vil stå igjen med følgende uttrykk:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{c_p}\frac{DQ}{Dt}$$

Kommentar:

- isobar: p er konstant
- isoterm: T er konstant
- isopychnal: ρ er konstant
- isentrop: θ er konstant

c)

Hva betyr adiabatisk bevegelse? Hvordan bli likningen du kom fram til i a) seende ut ved adiabatisk bevegelse?

Adiabatisk bevegelse betyr at det ikke utveksles varme mellom luftpakken og omgivelsene. Vi har altså at $\Delta Q = 0$. Vi vil stå igjen med følgende uttrykk:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{c_p\rho}\frac{Dp}{Dt}$$

d)

Vi har en bevegelse som både er isobarisk og adiabatisk. Skriv opp likningen du fant i oppgave a) tilpasset denne bevegelsen.

$$\frac{DT}{Dt} = 0$$

e)

Vis at likningen du fant i oppgave d) kan skrives slik på Eulersk form:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u\frac{\partial T}{\partial x} - v\frac{\partial T}{\partial y} - w\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
\frac{DT}{Dt} &= 0 \\
\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}\cdot\nabla\right) T &= 0 \\
\frac{\partial T}{\partial t} + \left(u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}\right) T \\
\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial T}{\partial t} &= -u\frac{\partial T}{\partial x} - v\frac{\partial T}{\partial y} - w\frac{\partial T}{\partial z}
\end{aligned}$$

Oppgave 5

Atmosfæren og havet er roterende fluider, hvilket betyr at bevegelseslikningene må inkludere to ekstra krefter enn hva som er tilfelle for ikke-roterende fluider.

a)

Hvilke krefter er det snakk om? Fortell kort hvordan disse kreftene virker på bevegelser på jorda.

Corioliskraften og sentrifugalkraften. Corioliskrafen virker til høyre for bevegelsesretningen på nordlig halvkule og til venstre for bevegelsesretningen på sørlig halvkule. Sentrifugalkraften virker radialt ut fra jorda, altså normalt på rotasjonsaksen (se Figur 6.18 i boka). Legg merke til at begge disse kreftene er fiktive krefter. De har ingen motkrefter.

b)

Skriv opp bevegelseslikningen for et roterende fluid på Lagrangesk form (uten forenklinger) og forklar hva alle leddene står for. Legg ekstra vekt på de nye leddene (sammenliknet med Likning (6-6) i boka, som beskriver bevegelsen til et ikke-roterende fluid).

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla\phi = -2\Omega \times \mathbf{u} + \mathbf{F}$$

$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}$: *Den totalderiverte (Lagrangesk deriverte) av hastighetsvektoren* $\boldsymbol{u}$. *Legg merke til at* $\boldsymbol{u}$ *nå er gitt som hastighetsvektoren i det roterende systemet.*

$\frac{1}{\rho}\nabla p$: *Trykkgradientakselerasjonen*

$\nabla\phi$: *Modifisert gravitasjonspotensial. Dette er en kombinasjon av både sentrifugalakselerasjonen og gravitasjonsakselerasjonen.* ϕ *kalles for det modifiserte gravitasjonspotensialet, og er gitt ved* $\phi = gz - \frac{\Omega^2 r^2}{2}$, *hvor det første leddet representerer gravitasjonsakselerasjonen, mens det siste leddet representerer sentrifugalakselerasjonen.* r *er avstanden til jordens akse (stor ved ekvator, mindre når man nærmer seg polene), mens* Ω *er jordens rotasjonshastighet oppgitt i radianer per sekund* $\left(\frac{2\pi}{24\cdot 3600s}\right) = 7,27 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$

$-2\Omega \times \boldsymbol{u}$: *Coriolisakselerasjonen. Corioliskraften gjør ikke noe arbeid på luftmassene, men den er med på å skrifte retningen på bevegelsene.* Ω *er her en vektor. I (x,y,z)-koordinatsystemet i det roterende systemet, hvor x-aksen peker østover, y-aksen peker nordover og z-aksen peker oppover, er denne gitt som* $0\hat{\boldsymbol{i}} + \Omega\cos\phi\hat{\boldsymbol{j}} + \Omega\sin\phi\hat{\boldsymbol{k}}$, *hvor* Ω *jordens rotasjonshastighet oppgitt i radianer per sekund* $\left(\frac{2\pi}{24\cdot 3600s}\right) = 7,27\cdot 10^{-5}\ s^{-1}$, *mens* ϕ *er breddegraden vi befinner oss ved og hvor origo i koordinatsystemet vårt er definert.*

$\boldsymbol{F}$: *friksjonskraft per enhetsmasse*

c)

Coriolisakselerasjonen er gitt ved

$$-2\Omega \times \mathbf{u},$$

hvor $\Omega = 0\hat{\mathbf{i}} + \Omega\cos\phi\hat{\mathbf{j}} + \Omega\sin\phi\hat{\mathbf{k}}$, mens $\mathbf{u} = u\hat{\mathbf{i}} + v\hat{\mathbf{j}} + w\hat{\mathbf{k}}$. Vis at Coliolisakselerasjonen kan skrives som

$$-2\Omega \times \mathbf{u} \simeq fv\hat{\mathbf{i}} - fu\hat{\mathbf{j}},$$

hvor $f = 2\Omega\sin\phi$.

$$\begin{aligned}
-2\Omega \times \mathbf{u} &= -2\left(\left(0\hat{\mathbf{i}} + \Omega\cos\phi\hat{\mathbf{j}} + \Omega\sin\phi\hat{\mathbf{k}}\right) \times \left(u\hat{\mathbf{i}} + v\hat{\mathbf{j}} + w\hat{\mathbf{k}}\right)\right) \\
&= -2\begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 0 & \Omega\cos\phi & \Omega\sin\phi \\ u & v & w \end{vmatrix} \\
&= -2\left((\Omega\cos\phi w - \Omega\sin\phi v)\,\hat{\mathbf{i}} - (0w - \Omega\sin\phi u)\,\hat{\mathbf{j}} + (0v - \Omega\cos\phi u)\,\hat{\mathbf{k}}\right) \\
&= -2\left((\Omega\cos\phi w - \Omega\sin\phi v)\,\hat{\mathbf{i}} + \Omega\sin\phi u\hat{\mathbf{j}} - \Omega\cos\phi u\hat{\mathbf{k}}\right)
\end{aligned}$$

Horisontalkomponentene (u og v) til hastighetsvektoren er mye større enn vertikalkomponenten. Vi neglisjerer derfor leddet med w i x-komponenten. Vi ser at Coriolisakselerasjonen også har en z-komponent, men sammenliknet med gravitasjonsakselerasjonen er denne veldig liten. Defor neglisjerer vi også denne, og står igjen med

$$\begin{aligned}
-2\Omega \times \mathbf{u} &= 2\Omega\sin\phi v\hat{\mathbf{i}} - 2\Omega\sin\phi u\hat{\mathbf{j}} \\
&= fv\hat{\mathbf{i}} - fu\hat{\mathbf{j}},
\end{aligned}$$

d)

Hva kalles f? Hvilke verdier har f for følgende steder:

1. Ekvator
2. 60°N
3. Nordpolen
4. 60°S
5. Sydpolen

f kalles for Coliolisparameteren, og er gitt som $f = 2\Omega\sin\phi$, hvor $\Omega = \frac{2\pi}{24\cdot 3600s}$, mens ϕ er breddegraden vi befinner oss ved.

1. *Ekvator:* $f = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \sin 0 = 0$
2. *60° N:* $f = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \sin 60 = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,26 \cdot 10^{-4}$
3. *Nordpolen:* $f = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \sin 90 = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot 1 = 1,46 \cdot 10^{-4}$
4. *60° S:* $f = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \sin -60 = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot -\frac{\sqrt{3}}{2} = -1,26 \cdot 10^{-4}$
5. *Sydpolen:* $f = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \sin -90 = \frac{4\pi}{24 \cdot 3600} \cdot -1 = -1,46 \cdot 10^{-5}$

e)

Anta at Coriolisakselerasjonen kan reduseres til uttrykket du fant i oppgave c), at vertikalkomponenten til friksjonskraften er neglisjerbar og at hydrostatisk likning gjelder. Skriv opp et nytt uttrykk for bevegelseslikningene, både som total derivert (Lagrangesk) og på komponentform i vårt lokale kartesiske koordinatsystem (se Figur 6.19 i boka).

Lagrangesk:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla\phi + f\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u} = \mathbf{F}$$

På komponentform i vårt lokale kartesiske koordinatsystem:

$$\begin{aligned}
&\textit{x-retning:} && \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - fv = \mathbf{F}_x \\
&\textit{y-retning:} && \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + fu = \mathbf{F}_y \\
&\textit{z-retning:} && \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g = 0
\end{aligned}$$

Oppgave 6

Oppgave:
Gjør oppgave 6.8.4 i boka. Hvis du står fast, kan du se om du får noe hjelp av lista under med hint. Vi skal finne lateral (nord-sør) forflytning, y(t), av en ball pga Corioliseffekten under et fotballspark.

- Basert på opplysningene i oppgaveteksten, vil bevegelseslikningen kun bestå av Coriolisakselerasjonen og den tidsderiverte av lateralhastigheten (v, nord-sør)
- Anta at u-komponenten til hastighetsvektoren er konstant gjennom hele forflytningen
- Husk at vi har følgende sammenhenger mellom hastighet, akselerasjon og posisjon:
  - Akselerasjon: $a(t) = \frac{dv}{dt}$

- Hastighet: $v(t) = \frac{dy}{dt}$ og $v(t) = \int a(t)\ dt$
- Posisjon: $y(t) = \int v(t)\ dt$

- Og glem selvsagt ikke at vi for konstant hastighet har denne: $s = v \cdot t$

Løsning:
Skriver ned opplysningene vi har før og etter sparket:

- FØR:
  - $u = 15$ m/s
  - $v = 0$ m/s
  - $x(t) = 0$ m
  - $y(t) = 0$ m
  - $t = 0$s
- ETTER:
  - $u = 15$ m/s
  - $v \neq 0$ m/s
  - $x(t) = 60$ m
  - $y(t) = ?$ m
  - $t = \frac{60 \text{ m}}{15 \text{ m/s}} = 4$ s

Den eneste kraften som virker i denne retningen er Corioliskraften. Den vil føre til akselerasjon i retnign 90 ° til høyre for bevegelsesretningen (høyre siden vi er på nordlig halvkule). Vi står kun igjen med disse to leddene i bevegelseslikningen i y-retning:

$$\frac{dv}{dt} + fu = 0$$
$$\frac{dv}{dt} = -fu \ \leftarrow \text{Gjenkjenner venstre side som } a(t)$$
$$a(t) = -fu$$

Vi vet at $v(t) = \int a(t)dt$. Dersom vi antar at u ikke er avhengig av t, får vi at:

$$\begin{aligned} v(t) &= \int a(t)\ dt \\ &= \int -fu\ dt \\ &= -fut \end{aligned}$$

Vi skal finne $y(t)$. Vet at $y(t) = \int v(t)dt$. Med samme antagelse som over, får vi at:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int -fut\ dt \\ &= -\frac{1}{2}fut^2 \end{aligned}$$

Vi kan nå regne ut $y(t)$ ved å putte inn verdiene vi vet:

$$\begin{aligned} y(t) &= -\frac{1}{2}fut^2 \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \Omega \cdot \sin\phi \cdot u \cdot t^2 \\ y(4) &= -\frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \cdot \sin 45 \cdot 15 \cdot 4^2 \\ &= -1,2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Kommentar:
Svaret har negativt fortegn fordi vi antok at u til å begynne med var positiv, altså i retning mot øst. Siden Coriolis bøyer av bevegelsen til høyre på nordlig halvkule, betyr det i dette tilfellet akselerasjon mot sør, og siden nord er definert som positiv i y-retning, gir dette oss et negativt svar.