



UiO **Institutt for informatikk**
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

IN 1080

Kontrollsystemer og PID

Yngve Hafting, 2022



Beskjeder

- Videoer til denne forelesningen kan ses i canvas filer->Videoer

Hvor står vi og hvor går vi...

Kort om emnet

- *Grunnleggende analog elektronikk, sensorer og sensor grensesnitt, aktuatorer. **Programmering av mekatroniske systemer.***

Hva lærer du?

Etter å ha tatt IN1080 kan du:

- *forstå virkemåten til analoge kretser. Aktuelle begreper er: strøm, spenning, motstand, effekt, impedans, likestrøm, vekselstrøm, RCL, MOS, FET, OPamp*
- *bruke klassiske analysemetoder basert på Kirchoff, Thevenin og Nortons teoremer*
- *forstå og anvende sensorer, signalkondisjonering og konvertering, samt noen komponent-komponent busser*
- *bygge og programmere enkle mekatroniske systemer med mikrokontroller, aktuatorer og sensorer*
- **forstå grunnleggende kontrollteori og virkemåte for PIDkontrollere**

Lab

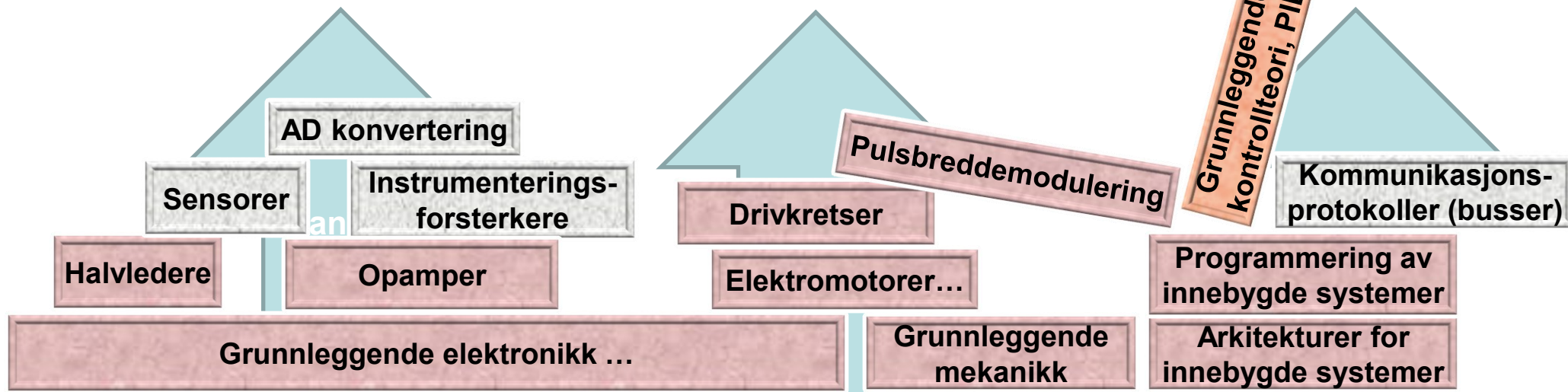
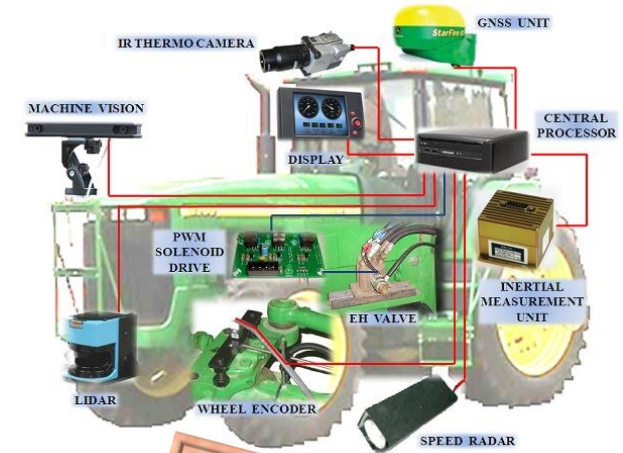
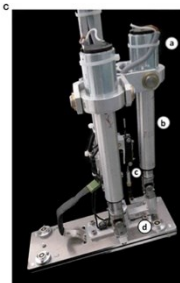
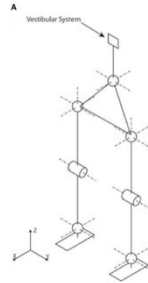
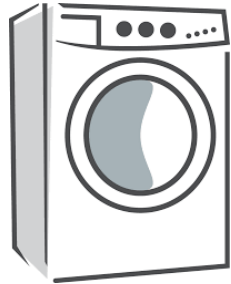
- Oblig 6: PWM og PID

Forelesning

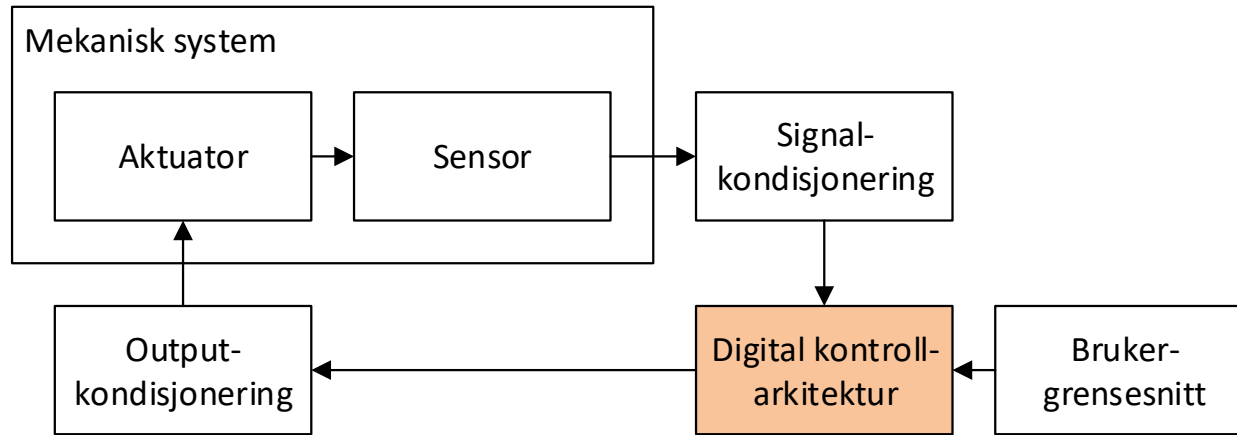
- Kunne forstå og redegjøre for grunnleggende kontrollteori
 - åpen sløyfe (open loop)
 - lukkede sløyfer (med feedback)
 - PID kontroll
 - tuning

Hvor står vi – hvor går vi...

Formål: Å lage og programmere mekatroniske systemer



Systemperspektiv og oversikt



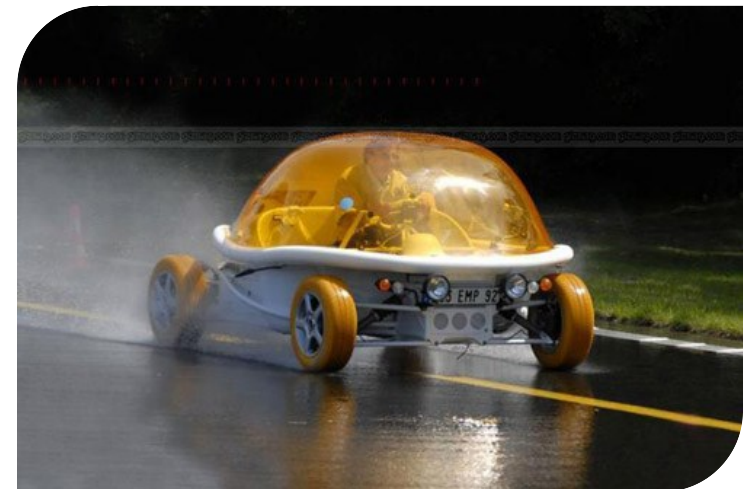
- Hvorfor kontrollsystemer
- Åpne og lukkede kontrollsløyfer
- Bang-bang kontroll
- Potensiometer
- Servoer
- PID
- tuning av PID

Hvorfor trenger vi et kontrollsystem?

- Eks: Elbil:
 - Vi ønsker at bilen skal kunne kjøre i 50 km/t.
 - Hva slags input har vi?
 - Kommutering, pulsbreddemodulering
 - Pulsbreddemodulering setter strøm
 - Strøm => kraftmoment => akselerasjon
 - Strøm minsker med hastighet (pga selvinduksjon, V_{EMF})
 - Varierende rullemotstand, luftmotstand, etc
 - => Hastigheten følger ikke strøminput alene.
 - Vi må ha en eller annen form for tilbakekobling (feedback) som forteller hvor fort vi kjører.

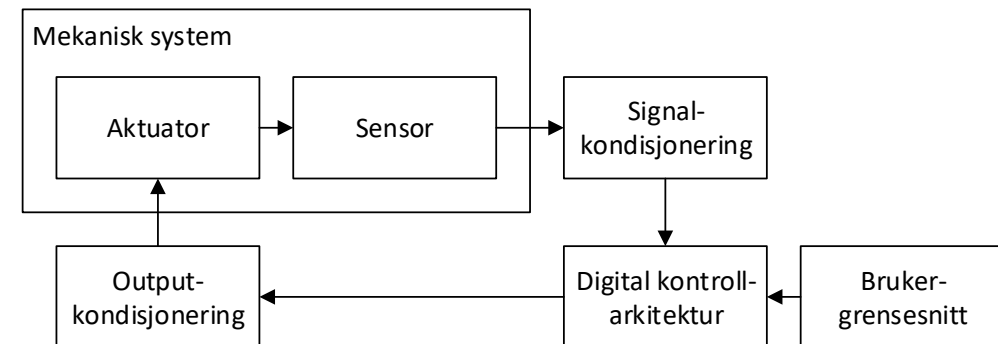
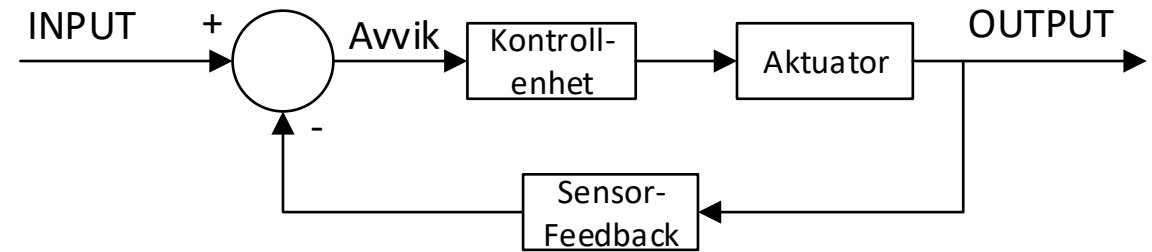
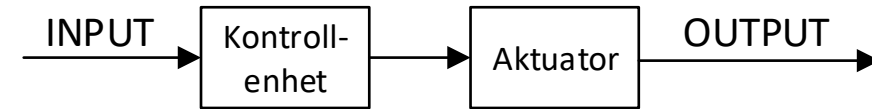


Kilde: [Zoop, la voiture électrique de demain?](#) (2006)



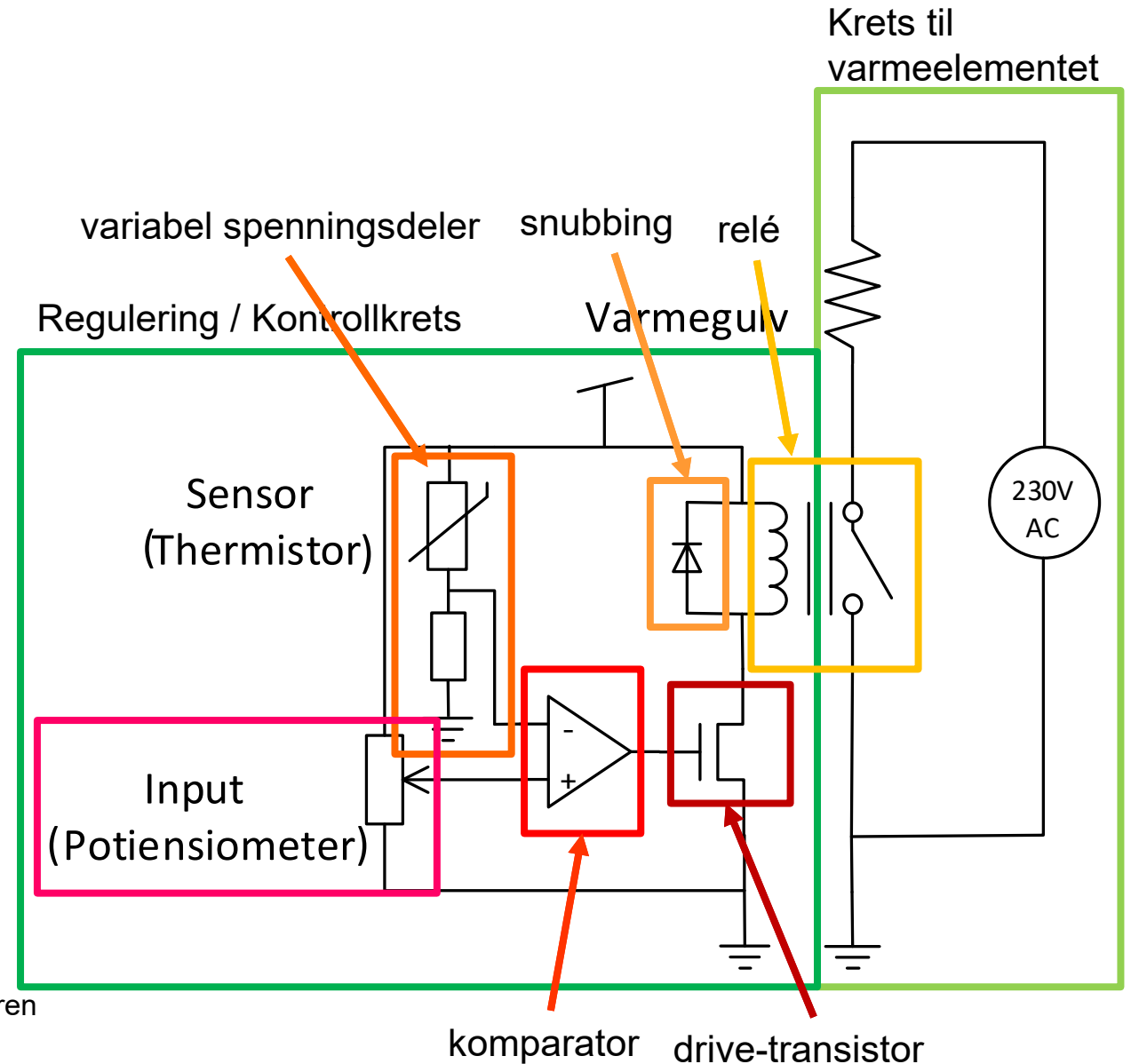
Åpne og lukkede kontrollsløyfer

- Åpen sløyfe (open loop)
 - $Output = f(input)$
 - Ingen sensorfeedback
 - Systemer med
 - kun mekaniske komponenter
 - Gass/ brems på eldre biler
 - steppermotorer
 - skrivere/printere
 - noen roboter
 - Menneskelig input
 - volumkontroll på stereoanlegg
- Lukket sløyfe (closed loop)
 - $Output = f(input, tilstand)$
 - Brukes der man trenger sensorfeedback
 - «Intelligente systemer» generelt
 - Servomotorer
 - ABS-brems
 - traction control
 - cruise control
 - selvbalanserende kjøretøy
 - Temperaturregulatore
 - Vaskemaskiner
 - ...



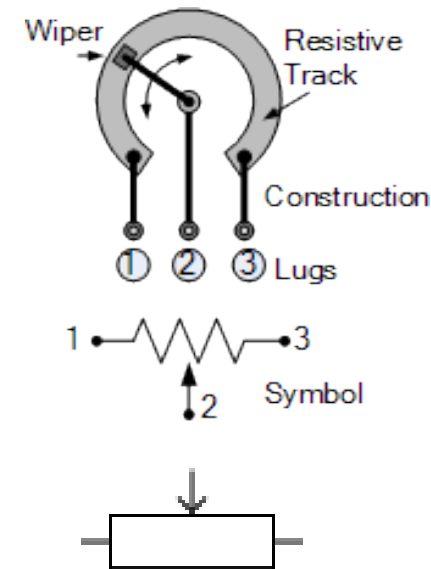
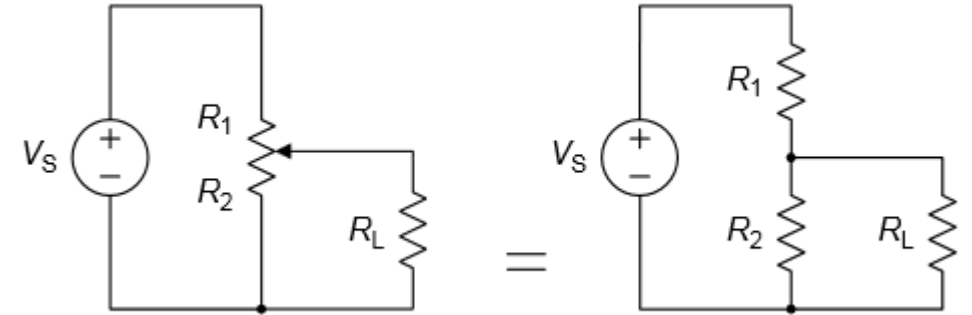
Bang-bang kontroll

- Binær kontroll
 - (System enten av eller på)
- Eks:
 - Varmegulv
 - Reléet
 - styrer strømmen i varmegulvet
 - gir galvanisk skille gulv ↔ styrekrets
 - Varmekretsen
 - er enten på eller av
 - Reguleringskretsen
 - Styrer releet ut i fra
 - » Spenningen i potensiometeret
 - » Spenningen i spenningsdeleren med thermistoren



Potentiometer

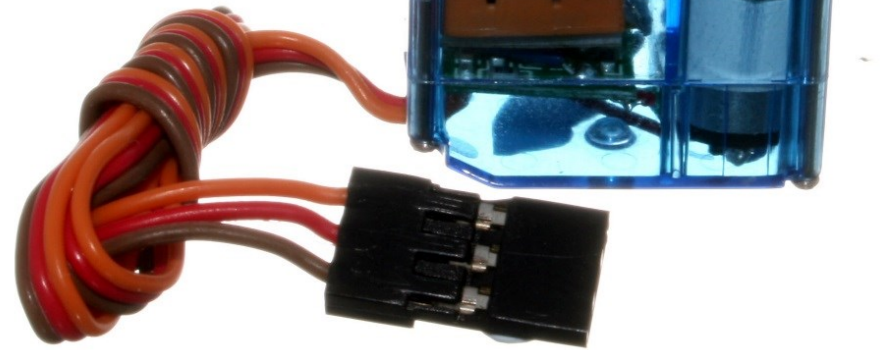
- Et potentiometer er en variabel spenningsdeler
 - Svært ofte er de dreibare, slik som vist på bilde/figur.
 - Kan også brukes som en variabel resistans
- Brukes f.eks i
 - servoer
 - skruknapper



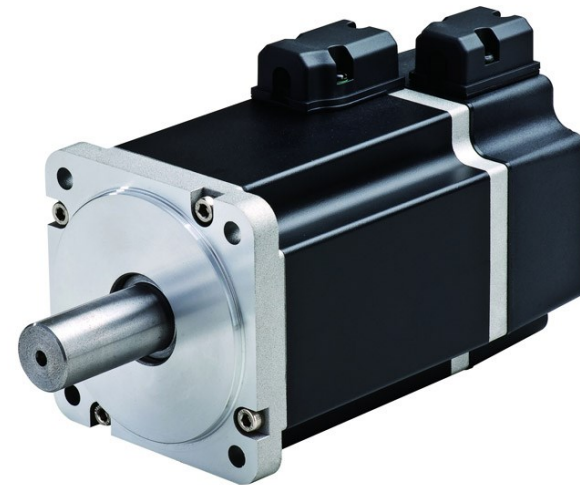
Servoer

- = en aktuator med et kontrollsystem i en lukket sløyfe (*closed loop*).
- Oftest elektrisk motor, trenger ikke være det.
 - Elektriske servomotorer er gjerne giret ned betraktelig for å oppnå høy presisjon og en passende hastighet.
- Kontrollsystemet gir tilbakemelding (Feedback) på hvor servoen befinner seg, og sørger for at motoren finner den posisjonen/vinkelen som er ønsket.
- [Servo med potentiometer](#) (7 min): ← *vise denne*
- [Servo koblet til arduino](#) (10 min):
<https://www.youtube.com/watch?v=LXURLvga8bQ>

RC-servo



Dynamixel Servo

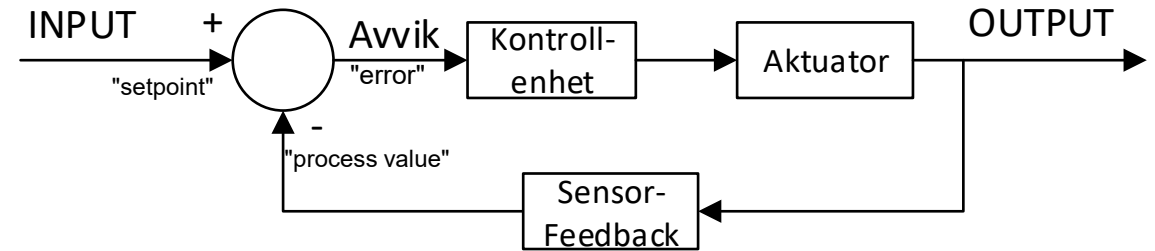


750W Industriell servo motor
(Hiwin)

Kontroll og PID

- I en lukket sløyfe «*Closed loop*», bruker man sensordata sammen med input til å justere output.
- Avviket, (feil/«*error*»), avgjør hvilke signaler vi sender til aktuatoren.
 - Målet til kontrollsystemet er å oppnå null avvik...
- **Proporsjonal kontroll**
 - En servomotor i sin enkleste form har dette (*forrige slide, første video*)
 - K_p , proporsjonalitetskonstanten
 - bestemmer hvor kraftig styring vi gjør ved et gitt avvik
 - Kun gjeldende avvik bestemmer styrken på input
 - Til forskjell fra direkte kontroll...
 - Hva om lasten til servomotoren trekker den ut av posisjon?
 - Vil systemet klare å oppnå null avvik?..

Generelt kontrollsystem, lukket sløyfe:



$$P = K_p \cdot \text{Avvik}$$

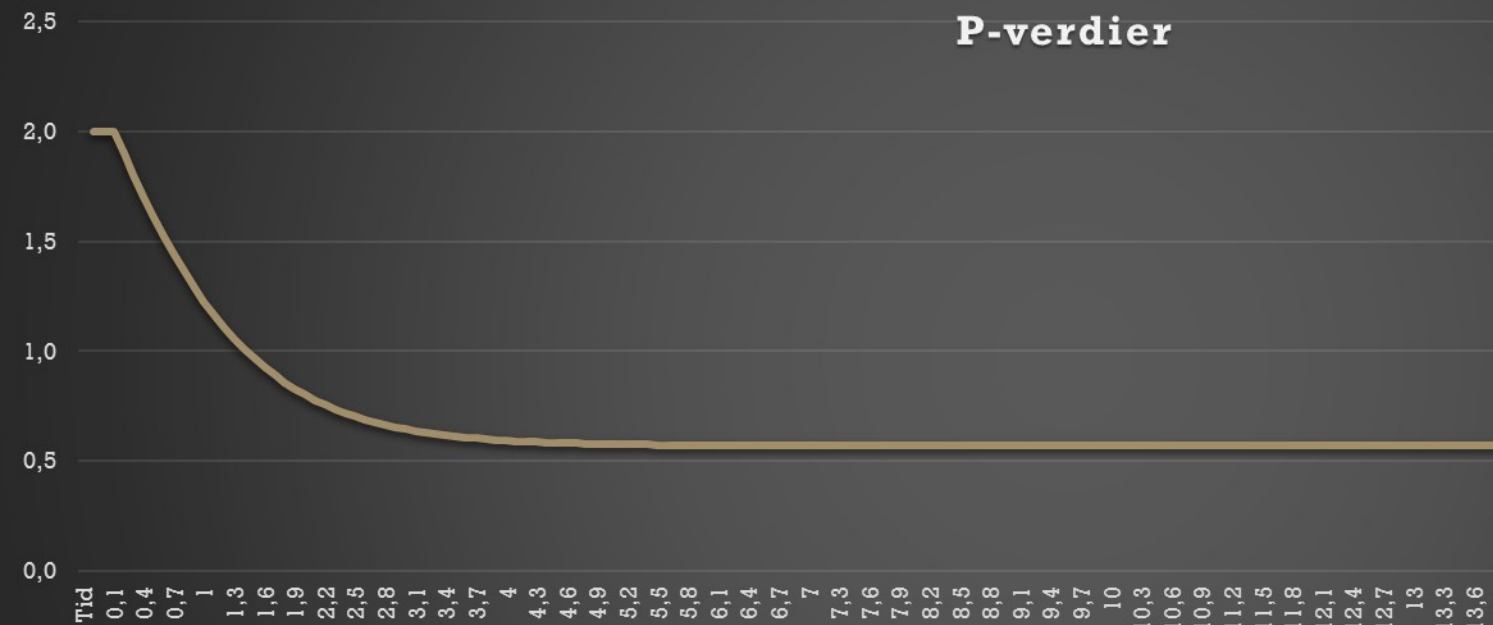
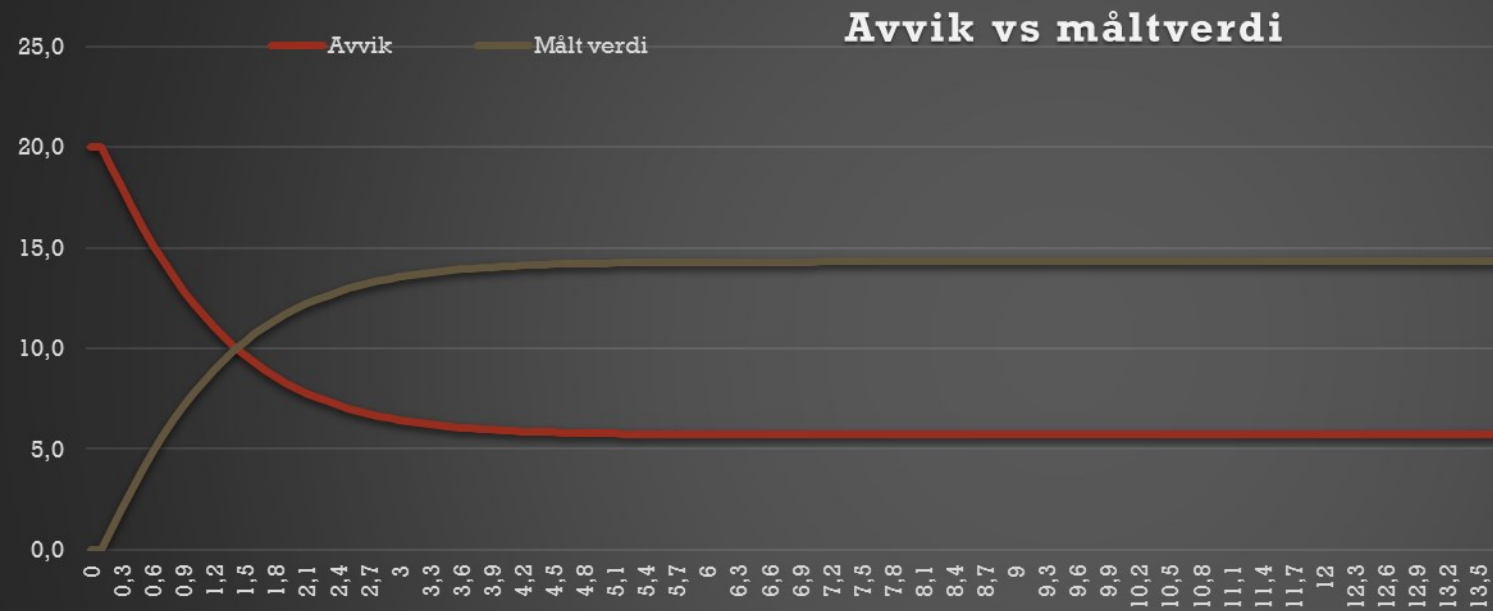
Begrep: Stegrespons «step response»

- Inngangssignalet gis én verdi
 - ved tiden $t=0$
 - Verdien holdes
- Stegresponsen til et systemet er forløpet til utgangen
- Andre typer responser
 - Impulsrespons / enhets impulsrespons
 - Respons til et system når input kan summeres til 1 over et infinitesemalt kort intervall
 - Ramp respons
 - Etc. (disse er ikke eget tema i IN1080, så vi må vite at det er noe annet...)

Bare P

$$K_p \cdot \text{Avvik}$$

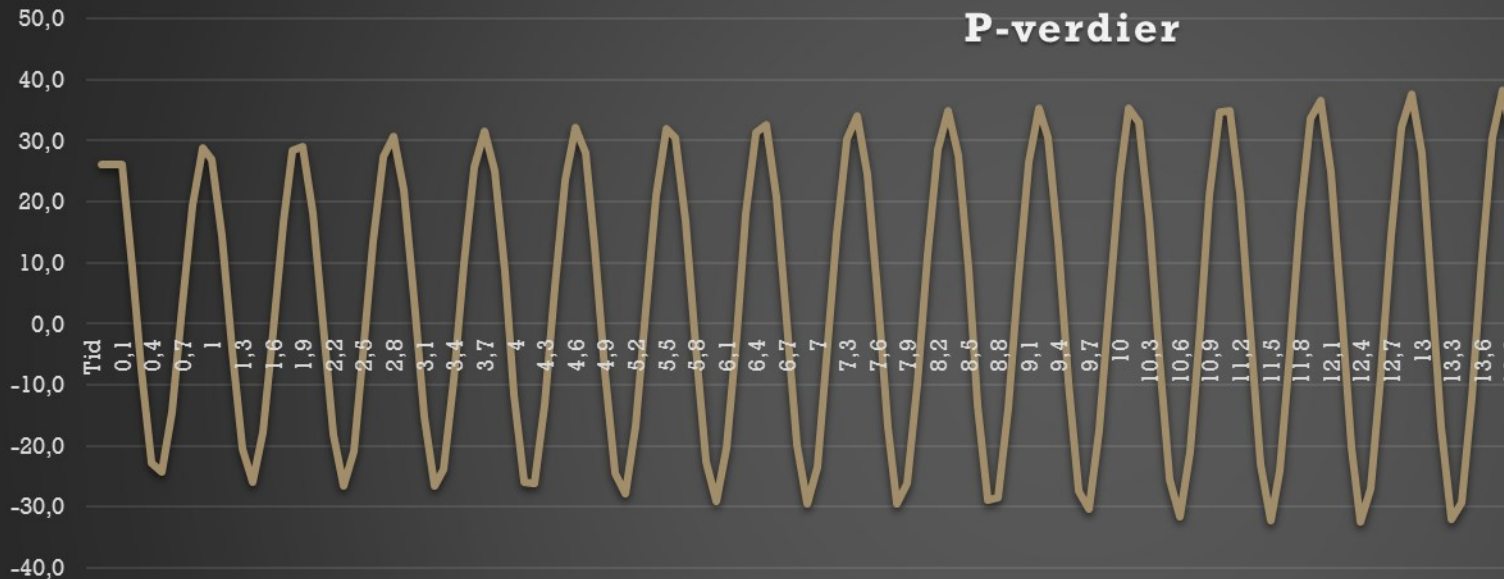
- Hvis K_p ikke er for stor, vil en proporsjonal kontroller stabilisere seg under mål/ønsket verdi (her: setpoint = 20)
- Forløpet vi ser her er *overdempet* (over-damped)



Bare P (forts)

$$K_p \cdot Avvik$$

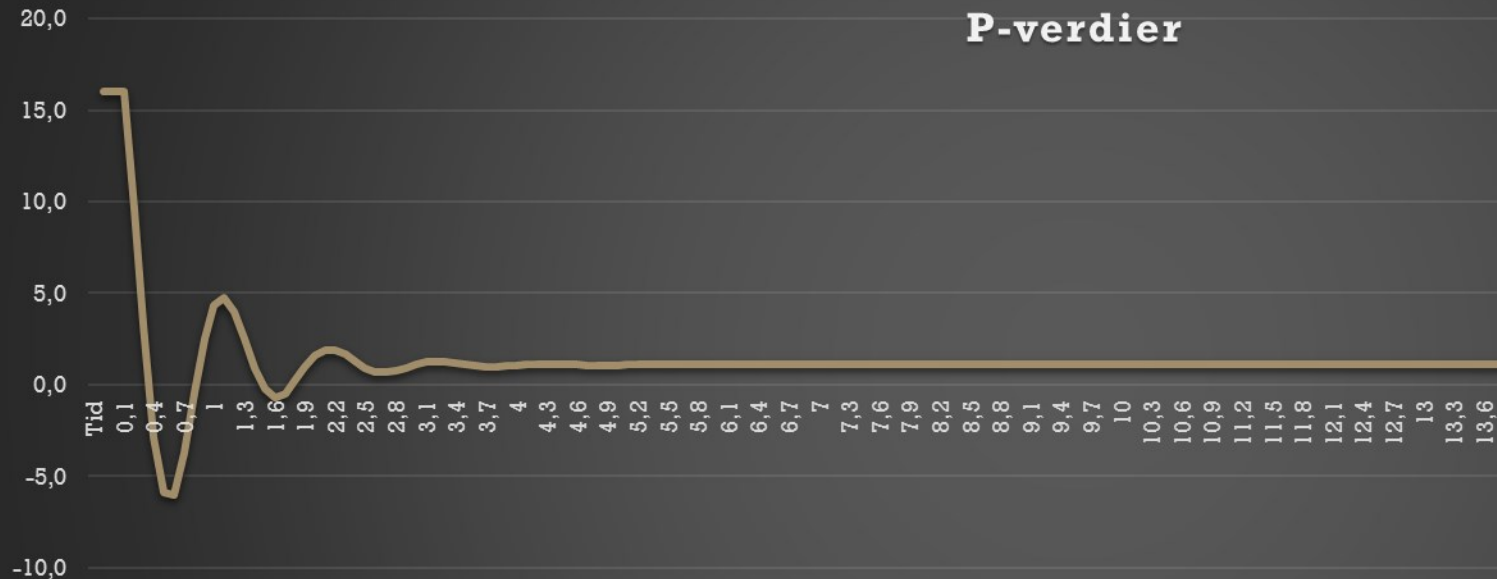
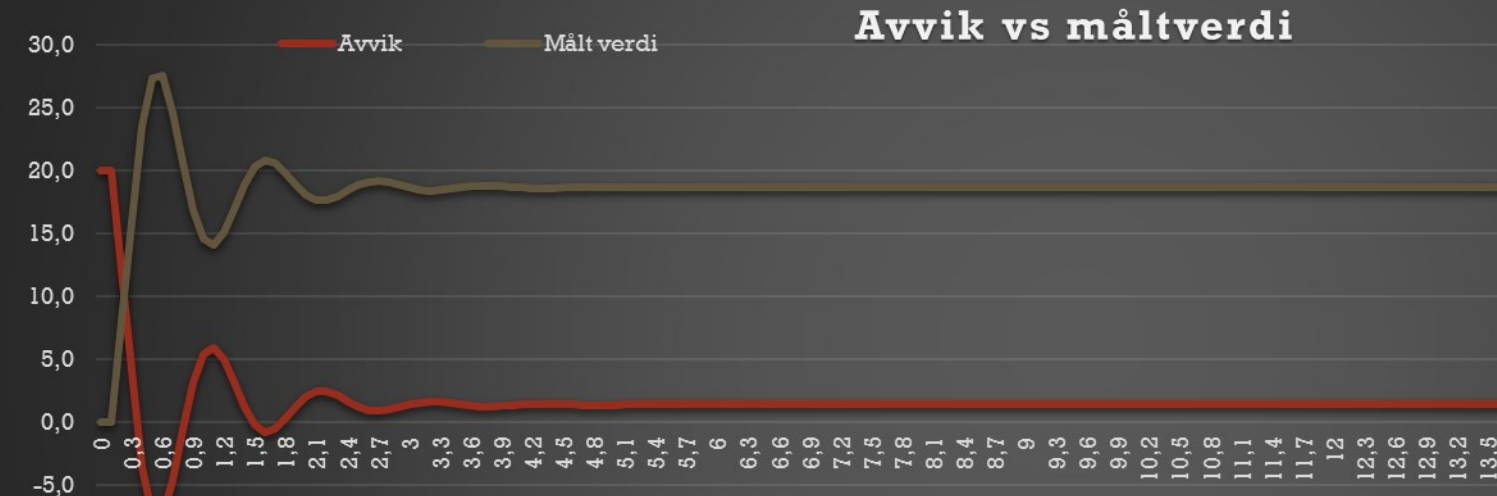
- Med for stor K_p vil systemet oscillere med økende utslag.
 - Vi får oscillasjoner fordi det tar tid før systemet responderer på outputen vi gir.
 - Dess lengre tid før vi ser responsen, dess lavere må K_p være



Bare P (forts)

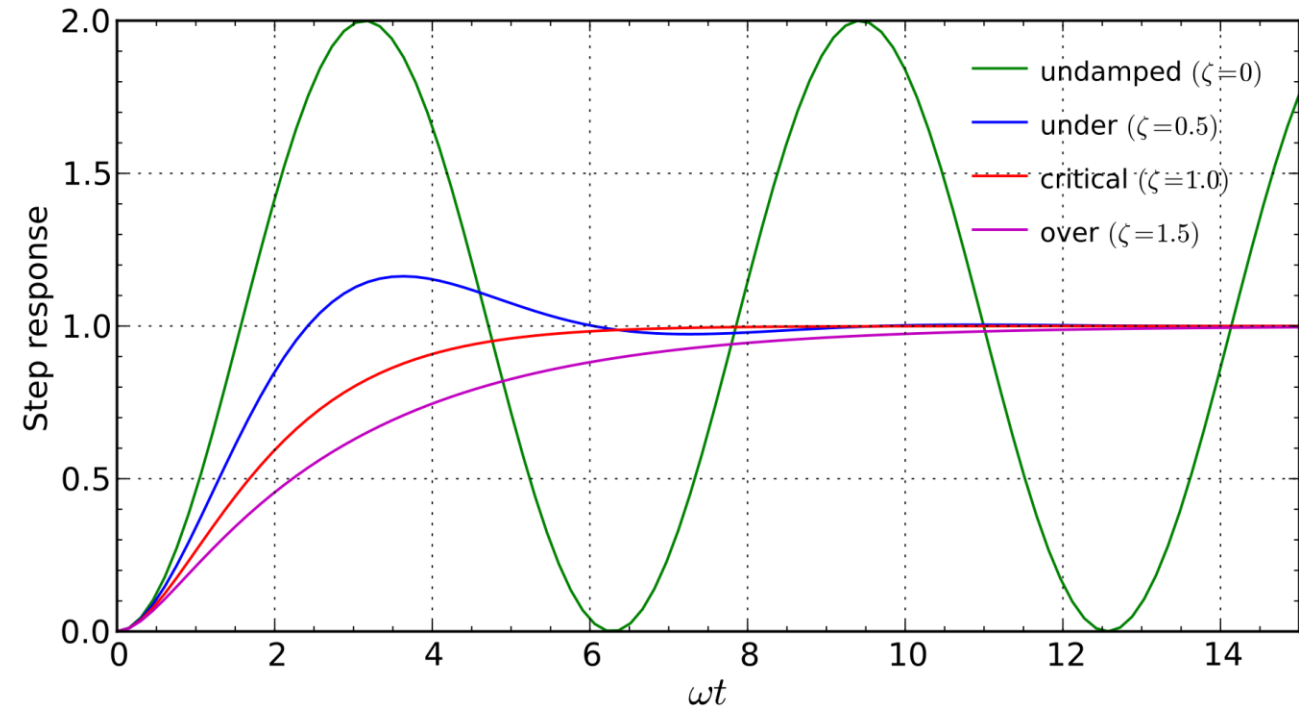
$$K_p \cdot \text{Avvik}$$

- Med et P-ledd ($K_p \cdot \text{Avvik}$) som ikke er for stort, vil oscillasjonene kunne stabilisere seg.
- P alene stabiliserer seg ikke på målverdien (setpoint).
- Forløpet vi ser her kan beskrives som *underdempet* (under-damped)



Damping - begreper

- Udempet «*undamped*»
 - Systemet kommer aldri til ro
- Underdempet «*under damped*»
 - Systemet kommer til ro med *ringing*
 - Bruker lengre tid enn kritisk damping
- Kritisk damping «*critical damping*»
 - Systemet kommer til ro (steady state) raskest mulig
 - Uten oscillasjoner (*ringing*)
- Overdempet «*over damped*»
 - Systemet kommer til ro uten ringing
 - Bruker lengre tid en kritisk damping.
-



By Krishnavedala - Own work, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15312443>

Kontroll og PID

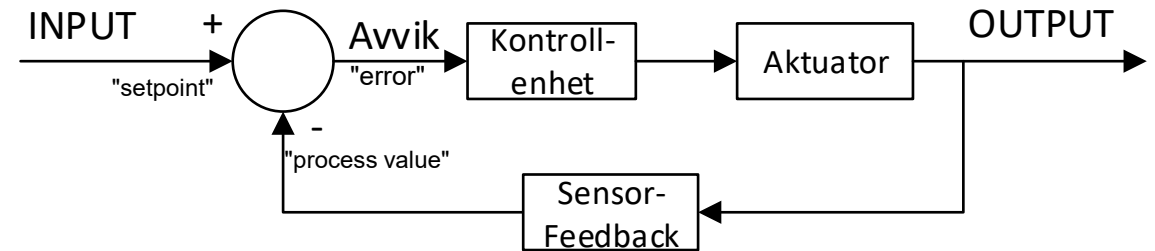
- Proporsjonal kontroll alene gir ikke null avvik (kun unntaksvis)

- Kan vi benytte tilstanden til systemet til å redusere avviket?

Integral kontroll

- Bruker det akkumulerte avviket til å beregne signalstyrke
 - *Kan bringe avviket til null over tid...*
 - *Til forskjell fra proporsjonal kontroll*
- K_i , integralkonstanten
 - bestemmer hvor kraftig det summerte avviket skal virke på systemet

Generelt kontrollsystem, lukket sløyfe:



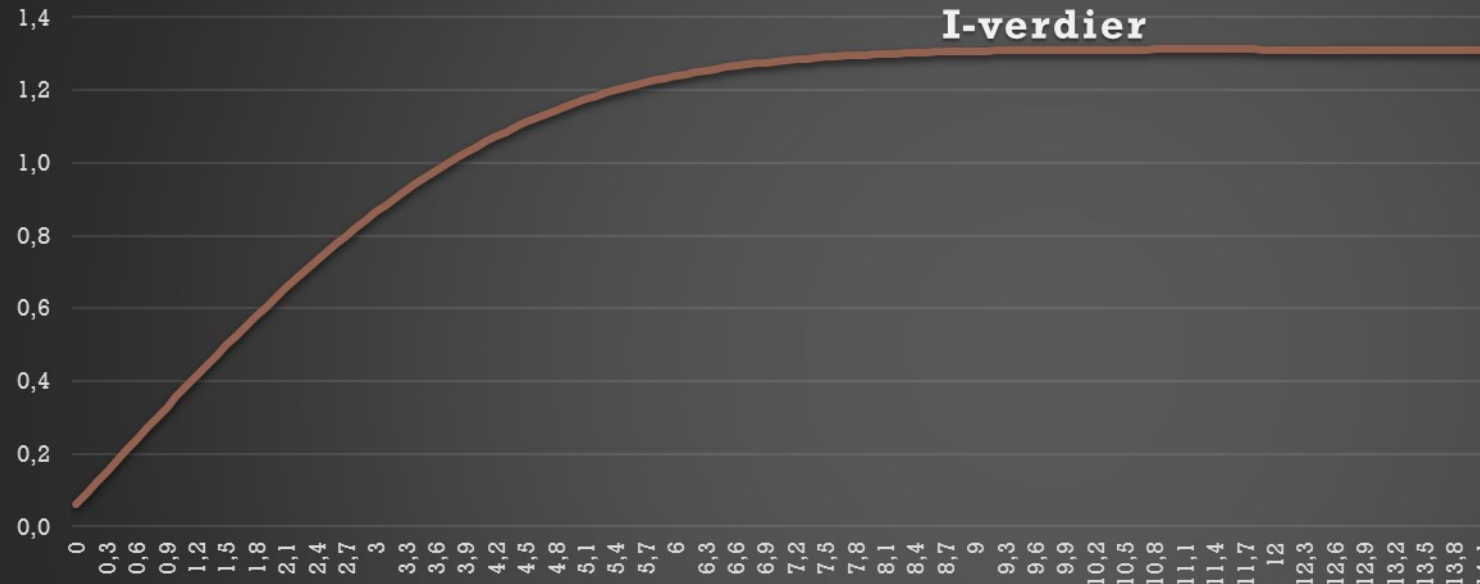
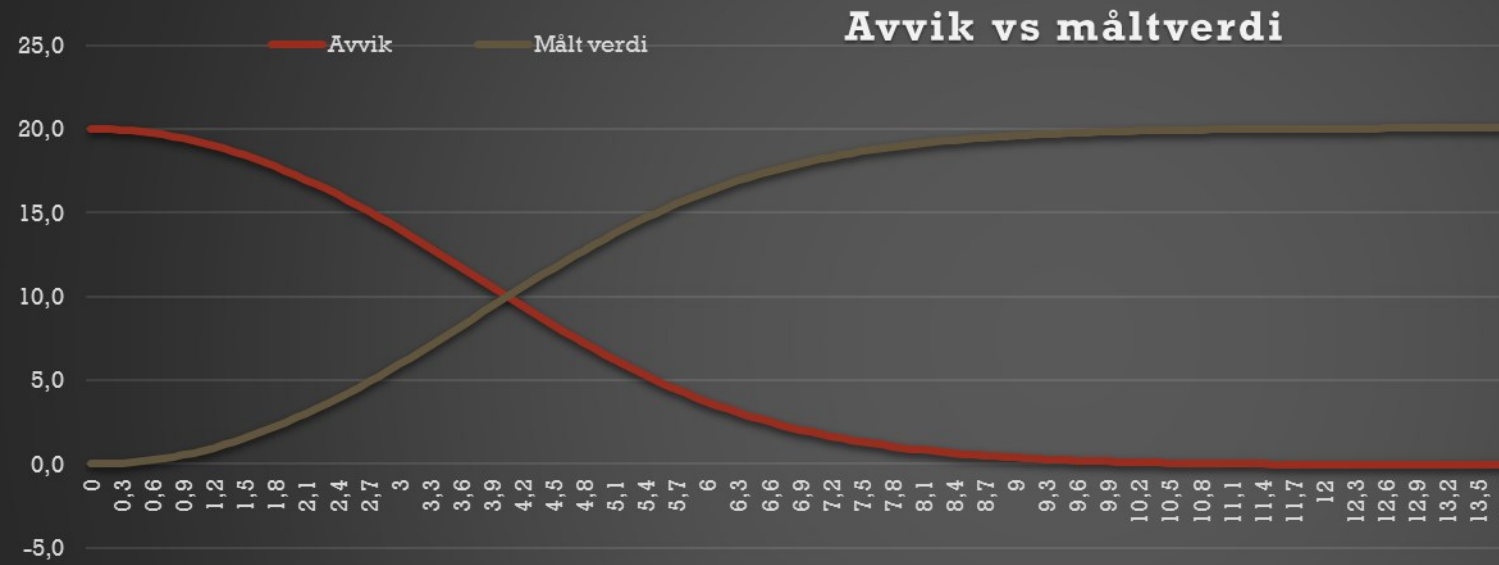
$$P = K_p \cdot \text{Avvik}$$

$$I = K_i \cdot \sum_n \text{Avvik} = K_i \cdot (\sum_{n-1} \text{Avvik} + \text{Avvik}_n)$$

Bare I

$$K_i \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} Avvik + Avvik_n \right)$$

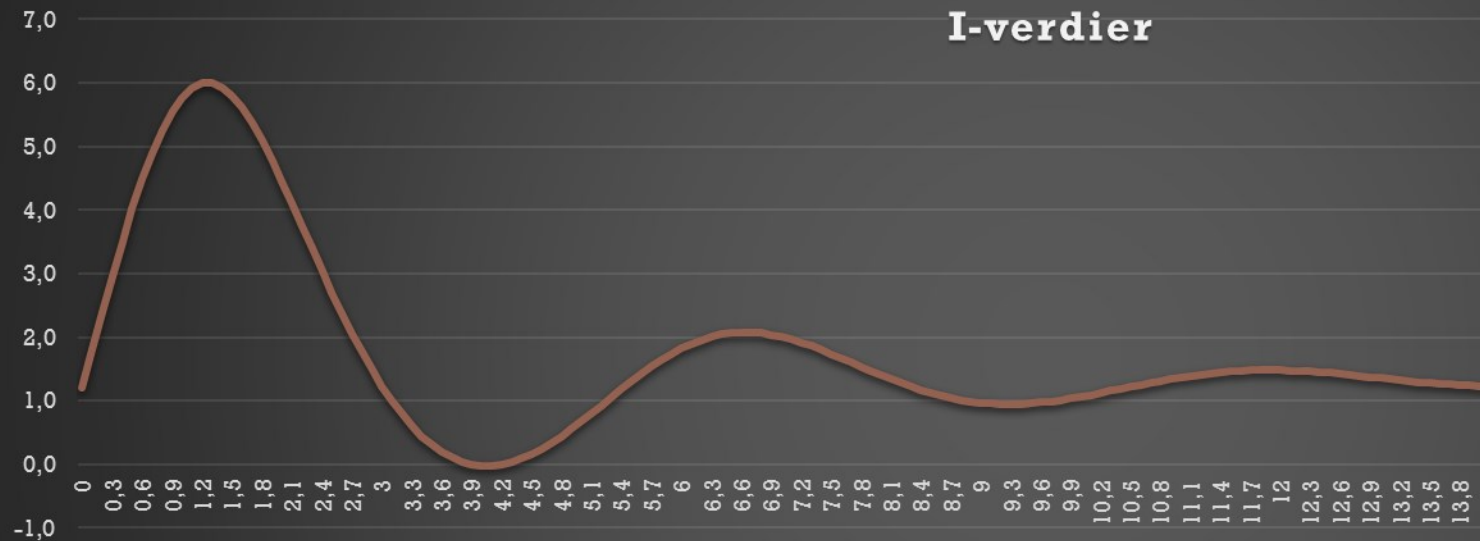
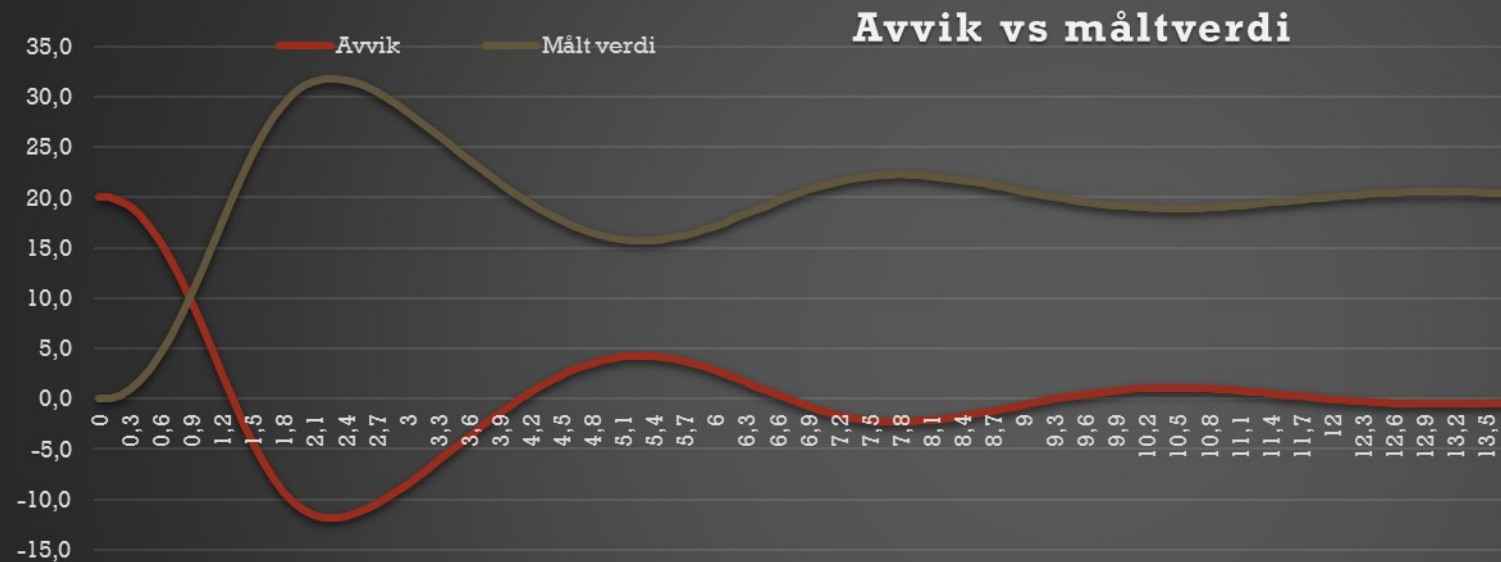
- integral-ledd alene tar oss til målet, men det vil gå langsomt eller...



Bare I

$$K_i \cdot \left(\sum_{n=1}^{n-1} Avvik + Avvik_n \right)$$

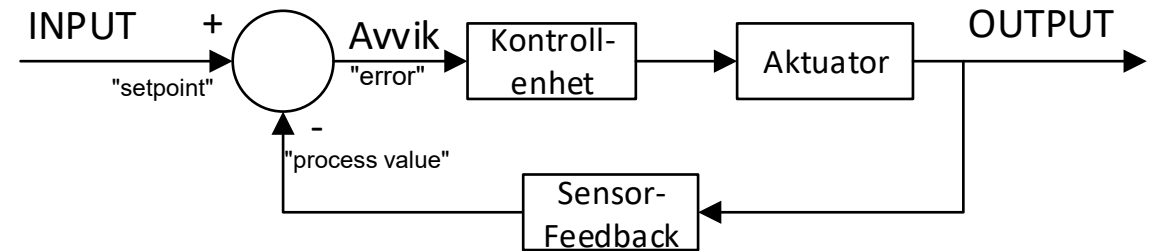
- Vi får oscillasjoner om K_i blir for stor eller systemet er udempet
- Dess lengre responstid, dess mindre må K_i være for å unngå ringing



Kontroll og PID

- Integral-ledd alene tar oss til målet...
 - men det tar tid
 - I noen tilfeller kan det være bra nok
- Kombinerer vi P og I ledd
 - Kommer vi raskere til målet enn I-ledd alene
 - Om K_p og K_i er for store fører det til ringing...
 - Kan vi gjøre noe for å reduserer ringing / oscillasjoner?
- **Derivasjonskontroll..?**
 - Bruker vi endringen i avviket som parameter kan vi redusere oscillasjoner
 - K_d , derivasjonskonstanten
 - bestemmer hvor mye vi vil at forskjellen i avvik fra en måling til den neste skal virke inn
 - *Derivasjonsledd benyttes vanligvis ikke alene...*

Generelt kontrollsystem, lukket sløyfe:



$$P = K_p \cdot \text{Avvik}$$

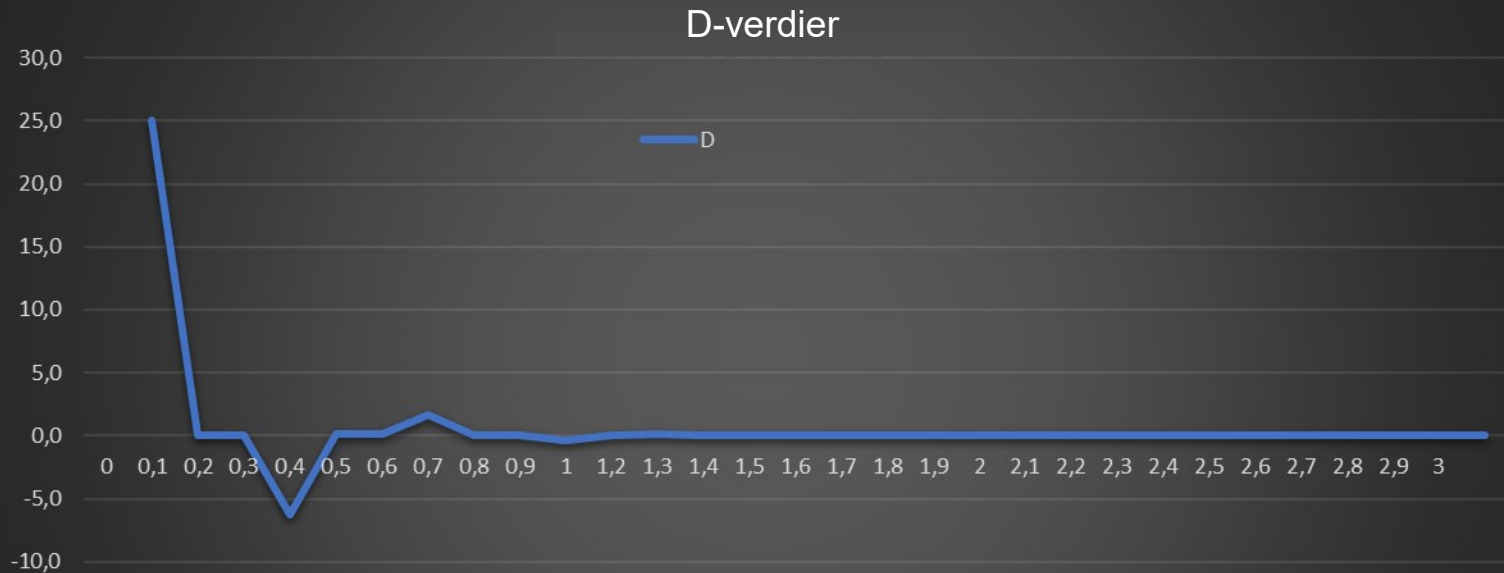
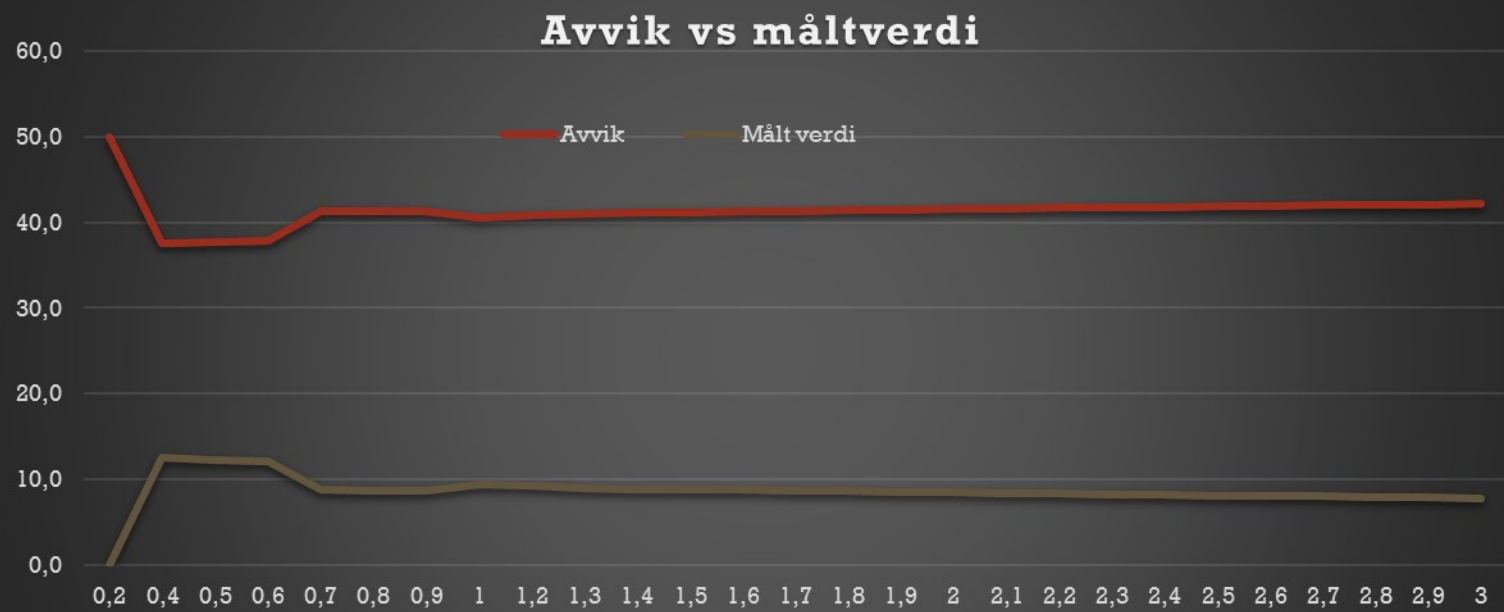
$$I = K_i \cdot \sum_n \text{Avvik} = K_i \cdot (\sum_{n-1} \text{Avvik} + \text{Avvik}_n)$$

$$D = K_d \cdot \Delta \text{Avvik} = K_d (\text{Avvik}_n - \text{Avvik}_{n-1})$$

Bare D...

$$K_d(Avvik_n - Avvik_{n-1})$$

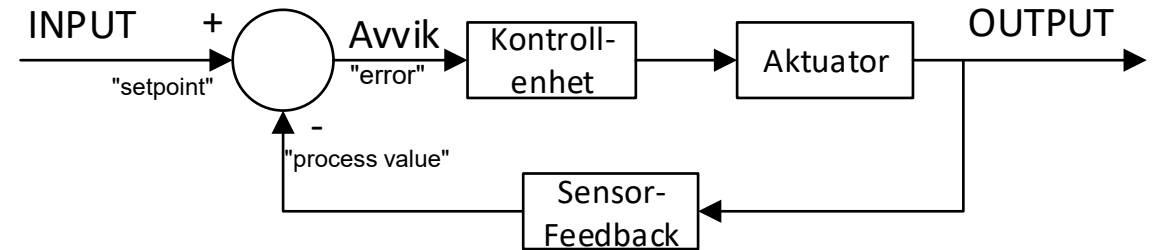
- D-ledd benyttes sjeldent alene, fordi det bare gjøre en forskjell så lenge avviket endrer seg.
- Så fort endringene går mot null, vil virkningen oppheves.
- For stort D-ledd vil skape oscillasjoner f.eks ved støy i måleverdiene.



Kontroll og PID

- PID-(*Proporsjonal, Integrert, Derivert*) –regulering
 - beregner output basert på summen av
 - gjeldende avvik,
 - akkumulert (integrert) avvik og
 - forskjellen mellom forrige og gjeldende avvik.
 - kan gjøres både digitalt og analogt.
 - *Vi (IN1080) fokuserer på digitale løsninger*
 - Ved å stille inn forsterkning P, I og D ledd, kan vi nå målet vårt fort, uten unødvendige oscillasjoner.
 - For store konstanter (alle ledd) vil skape oscillasjoner
 - Konstantleddene må stilles inn «*tuning*» i forhold til
 - Kontrollsystemets forsinkelse (prosesseringstid + måletid)
 - » *Den bør være konstant...*
 - Systemets respons
 - » Et systems responstid kan avhenge av last
 - » Eks: bil med og uten tilhenger...
 - Tuning gjøres ofte manuelt, men også med automatisert vhja maskinlæring/AI el.
 - favner ikke alt, mer avanserte kontrollalgoritmer finnes
 - men PID brukes mye, *i seg selv og innenfor mer avanserte algoritmer*

Generelt kontrollsystem, lukket sløyfe:



$$P: K_p \cdot Avvik$$

$$I: K_i \cdot \sum_n Avvik = K_i \cdot (\sum_{n-1} Avvik + Avvik_n)$$

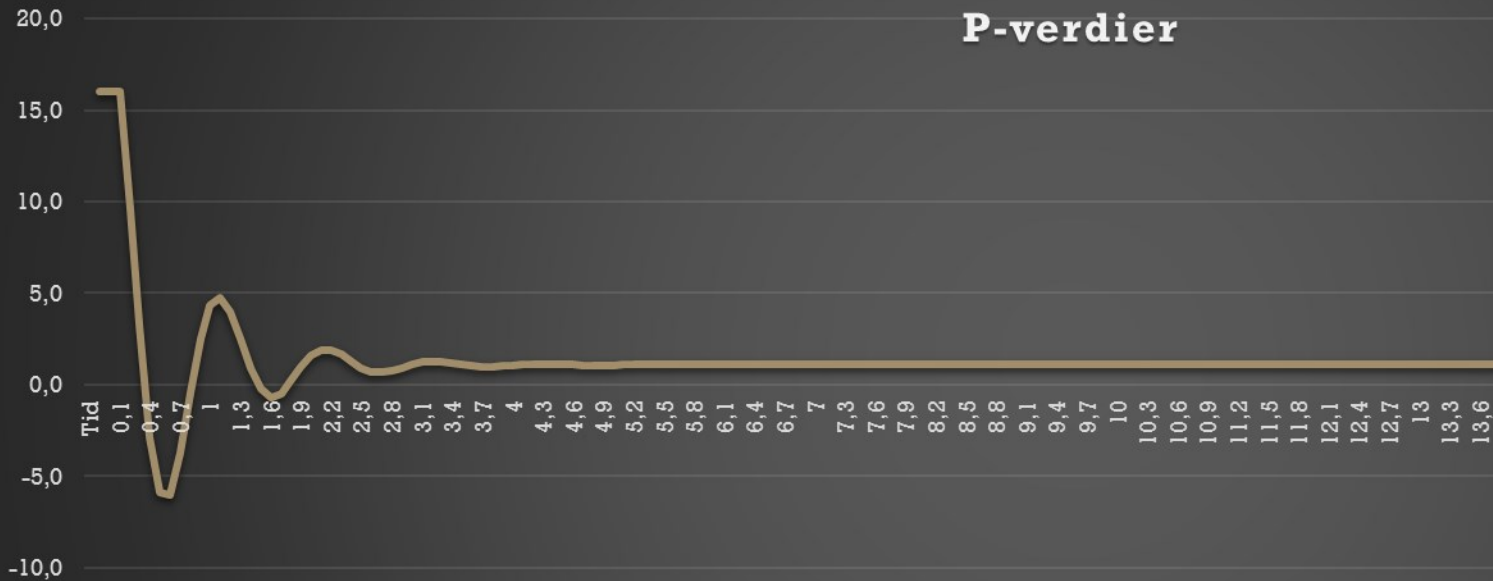
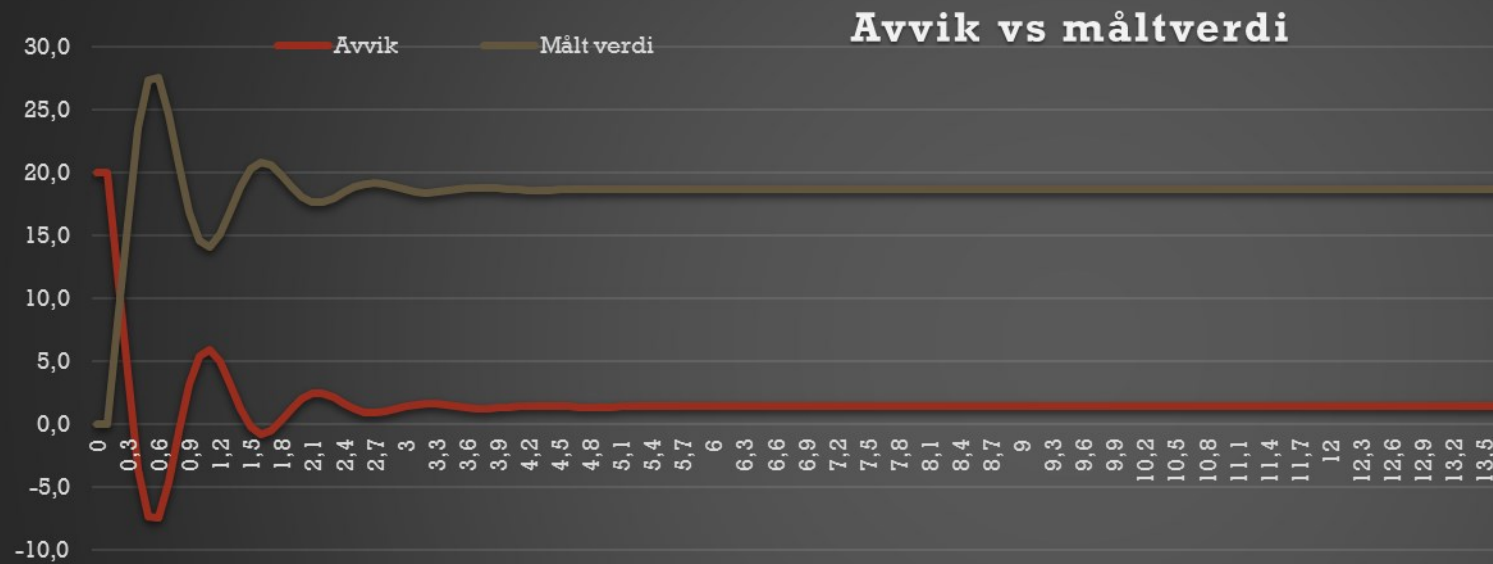
$$D: K_d \cdot \Delta Avvik = K_d (Avvik_n - Avvik_{n-1})$$

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

- [Eksempel med PID-kontroll \(2 min\)](https://www.youtube.com/watch?v=K-F_T59ZDPw)
https://www.youtube.com/watch?v=K-F_T59ZDPw
- [PID-math demystified \(14,5 min\)](https://www.youtube.com/watch?v=JEpWlT195Tw)
<https://www.youtube.com/watch?v=JEpWlT195Tw>
- [Analog PID kontroll med operasjonsforsterkere \(7 min\)](https://www.youtube.com/watch?v=YLGLrEwEiIQ)
<https://www.youtube.com/watch?v=YLGLrEwEiIQ>

Bare Stor P (igjen)

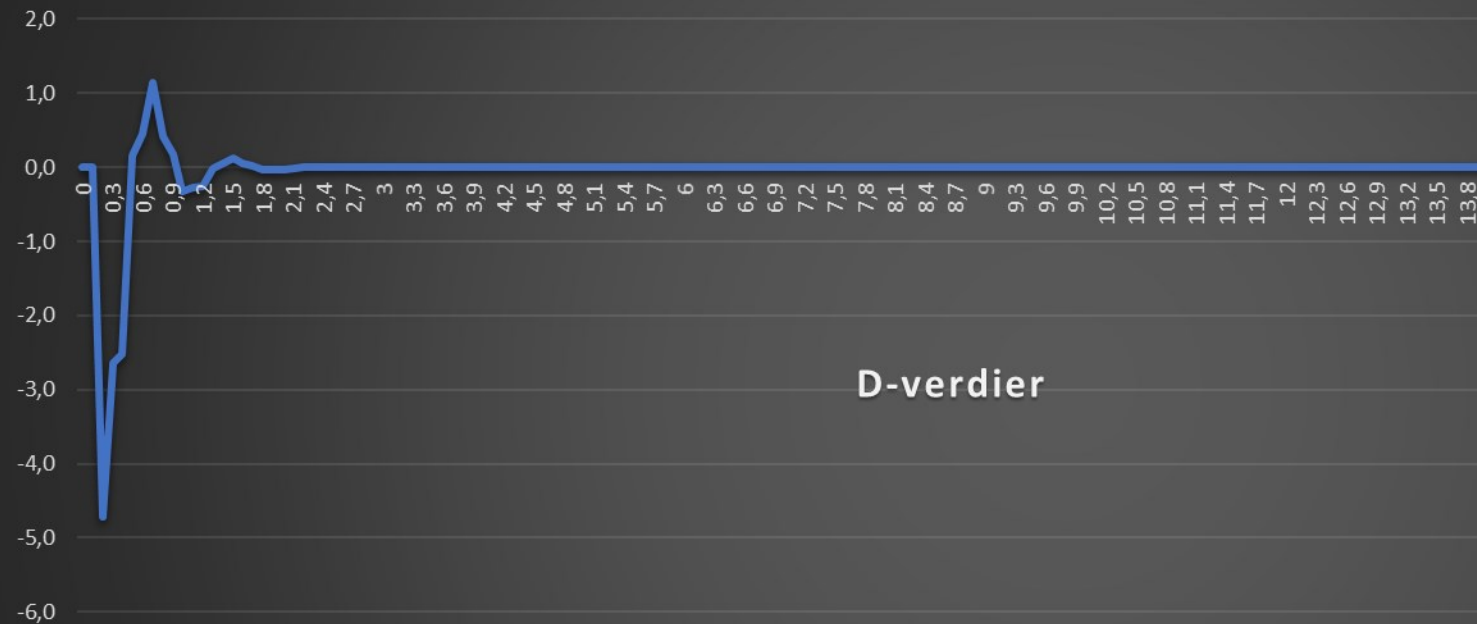
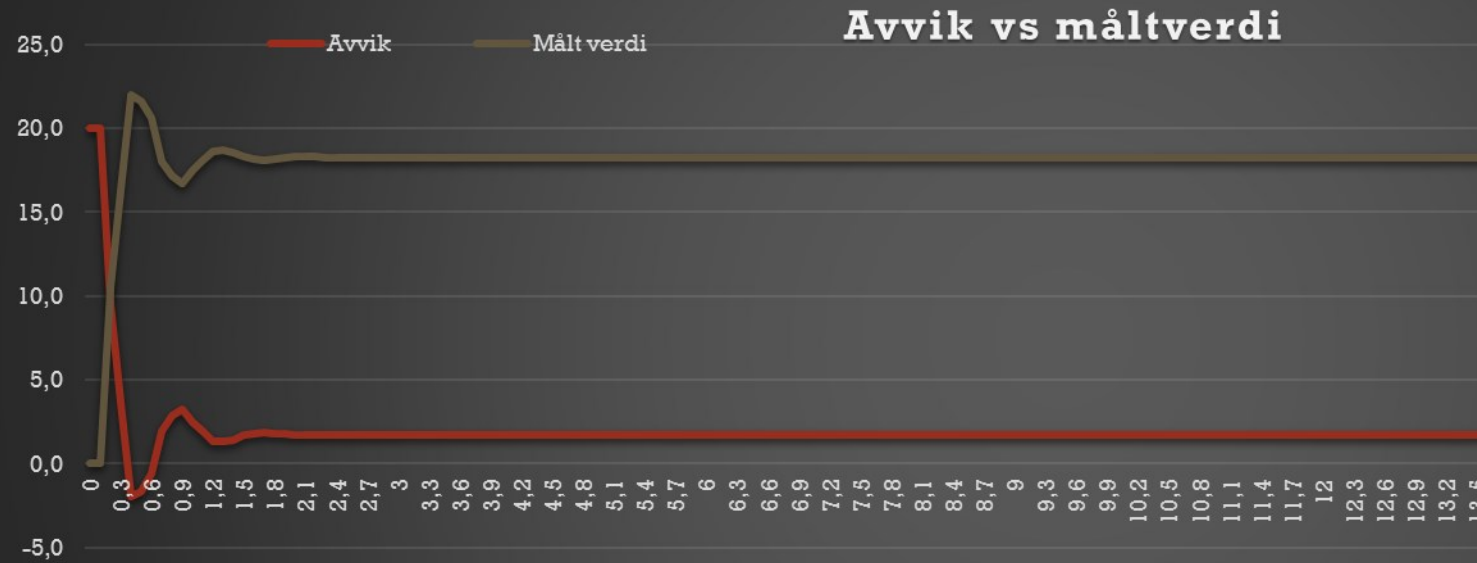
- Stor *overshoot*, og
- kan ikke nå målet



P og D-ledd: P+D

$$K_p \cdot Avvik + K_d(Avvik_n - Avvik_{n-1})$$

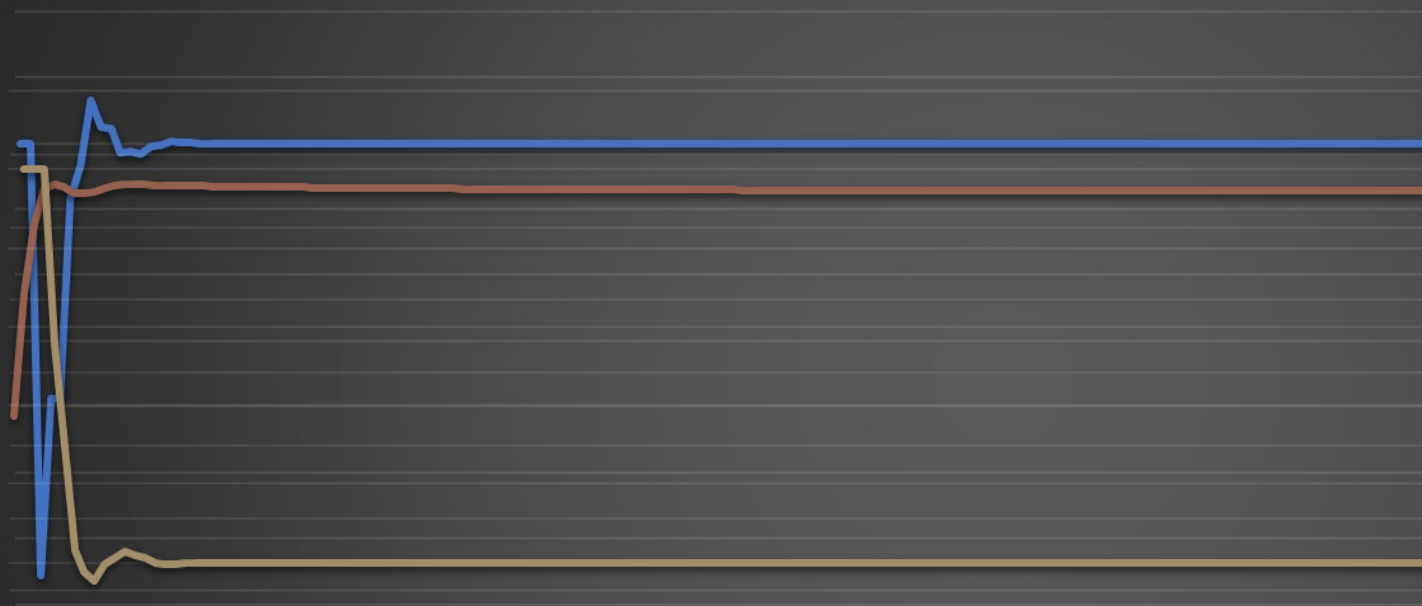
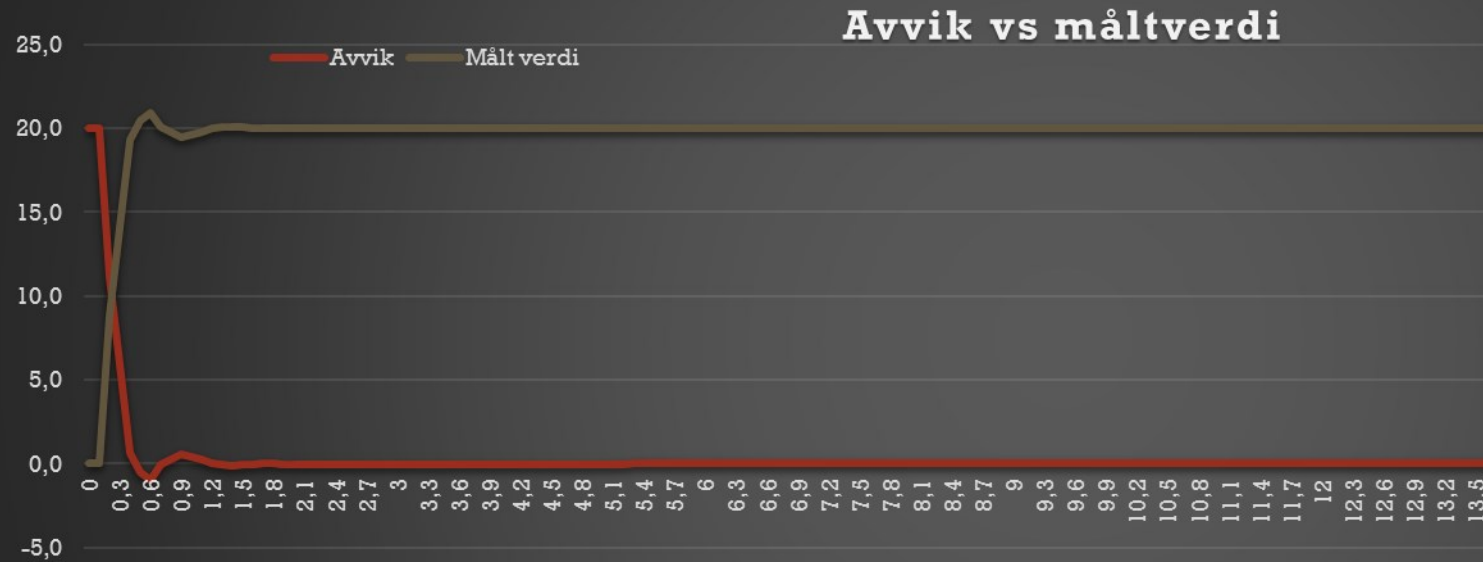
- D-leddet
 - kompenserer med forskjellen i mellom forrige og siste avvik.
 - har normalt en dempende effekt ved raske endringer.
- P+D-ledd
 - vil ikke stabilisere seg på ønsket verdi ettersom D leddet ikke legger noe til over lang tid.
- *D-ledd fungerer også dårlig om man har mye støy i systemet.*
 - Men støy kan filtreres...



PID

$$K_p \cdot \text{Avvik} + K_i \cdot \left(\sum_{n=1} \text{Avvik} + \text{Avvik}_n \right) + K_d (\text{Avvik}_n - \text{Avvik}_{n-1})$$

- Med en riktig justert kombinasjon av konstanter vil en PID kontroller nå målet raskt og presist.
- PID-systemet kan justeres slik at man får en akseptabel *overshoot*, og lite *ringing*.
- Manuell tuning av PID kan ta tid!



PID: Proporsjonal, Integreert, Derivert Programmering

For å lage PID kontroll, må man gjøre følgende

Beregne avviket («error») mellom målverdi «setpoint» og målt (avlest) verdi.

$$avvik = målverdi - avlest_verdi$$

Beregne akkumulert avvik

$$akkumulert_avvik = akkumulert_avvik_{n-1} + avvik$$

Beregne Proporsjonsledd:

$$P = K_p \cdot avvik$$

Beregne Integrasjonsledd:

$$I = K_i \cdot akkumulert_avvik$$

Beregne Derivasjonsledd:

$$D = K_d(avvik - avvik_{n-1})$$

Beregne output = P + I + D

Størrelsen på konstantleddene må skaleres avhengige av hvor ofte PID-verdiene beregnes.

⇒ *Kjør rutinen med jevne mellomrom*

- ⇒ interrupt-styring eller jevnlig polling...
- ⇒ Alternativt kan man dele på tid siden forrige måling...

Arduino-PID-template:

```
int Kp = <P-konstant>; // disse må ha en
int Ki = <I-konstant>; // konstant verdi
int Kd = <D-konstant>; // etter tuning

int myPID(int setpoint, int measured_value){

    static int previous_error, accumulated_error;
    int error, d_error, P, I, D;

    error = setpoint - measured_value;
    accumulated_error += error;
    d_error = error - previous_error;

    P = Kp*error;
    I = Ki*accumulated_error;
    D = Kd*d_error;

    previous_error = error; // lagre før neste kjøring

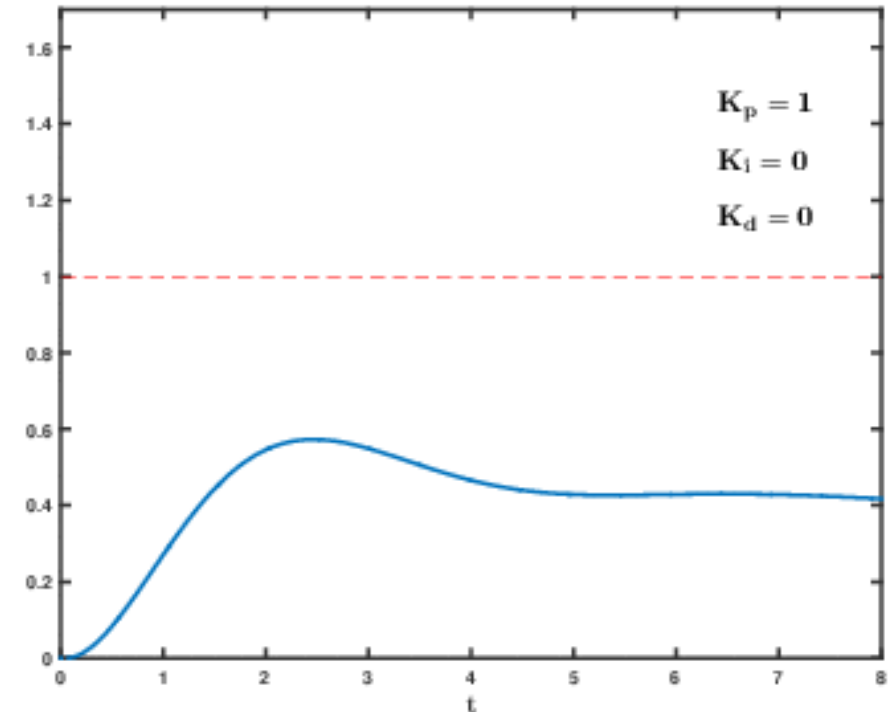
    return P+I+D;
}
```

Merk: Denne templatene kan bare brukes til én PID-kontroller siden den bruker static-int.

For å bruke samme prosedyre til flere PID-kontrollere må man ha inngangsparametere for akkumulerte- og tidligere avvik.

Tuning av PID, Eksempel

- I virkeligheten kan utprøving av parametere ta lang tid.
- Kjenner vi ligningen for systemet, kan vi simulere, og raskt stille inn optimale parametre.
- Vanlige metoder for tuning
 - Prøv og feil: *Trial and Error*
 - Ziegler-Nichols (Z-N) method
 - Benytter måling av step responsen til systemet til å sette utgangspunkt for parametre
 - Fungerer med førsteordens system...
 - Responstiden kan ikke være for stor



Kilde: Wikipedia https://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller

PID DEMO (Prøv selv):

<https://sites.google.com/site/fpgaandco/pid>

Manuell tuning

Hvis vi øker...

Parameter (Konstant)	Stigetid (Rise time)	Oversving (Overshoot)	Stabiliseringstid (Settling time)	Stabilitetsavvik (Steady-State Error)
K_p	reduserer	øker	øker	reduserer ¹
K_i	reduserer	øker	reduserer, øker ²	"eliminere" ³
K_d ⁴	øker	reduserer	reduserer	uendret

1. K_p kan ikke eliminere avvik, men gjøre det mindre
 2. K_i vil redusere stabiliseringstiden frem til man begynner å få overshoot, deretter øker den
 3. Bruk av K_i vil eliminere avviket ved stabilitet, så lenge vi oppnår stabilitet. Med høyere K_i , skjer det raskere
 4. K_d kompenserer for overshoot og ringing som forårsakes av K_p og K_i , slik at vi raskere kan oppnå kritisk demping.
- *Merk: I Læreboka (COK) figur 28.1 og 28.2 (= denne) så sier læreboka at «innføring av D-ledd ikke øker stigetiden», (men økning i K_d gir økt stigetid). Dette kan være fordi :*
 - *Vi vil kunne øke K_p og/eller K_i ved innføring av K_d*
 - *Slik sett vil systemet kunne respondere raskere med ett D-ledd, selv om D-leddet i seg selv sakter ned stigetid dess høyere K_d er*

Ziegler-Nichols metode

(heurestikk)

- Bruker step respons til å finne parametre (test eller beregn):

1. Finn «Process Gain» ved open loop,

$$G_p = \frac{\text{Endring i output (K)}}{\text{endring i input}}$$

2. $K_p = 1,2 \frac{T}{dG_p}$ (T er stigetid for tangenten)

3. $K_i = \frac{0,5}{d}$ (d er «pseudo-delay» før vi når tangent)

4. $K_d = 0,5d$

- To forutsetninger (for at metoden skal være god...)

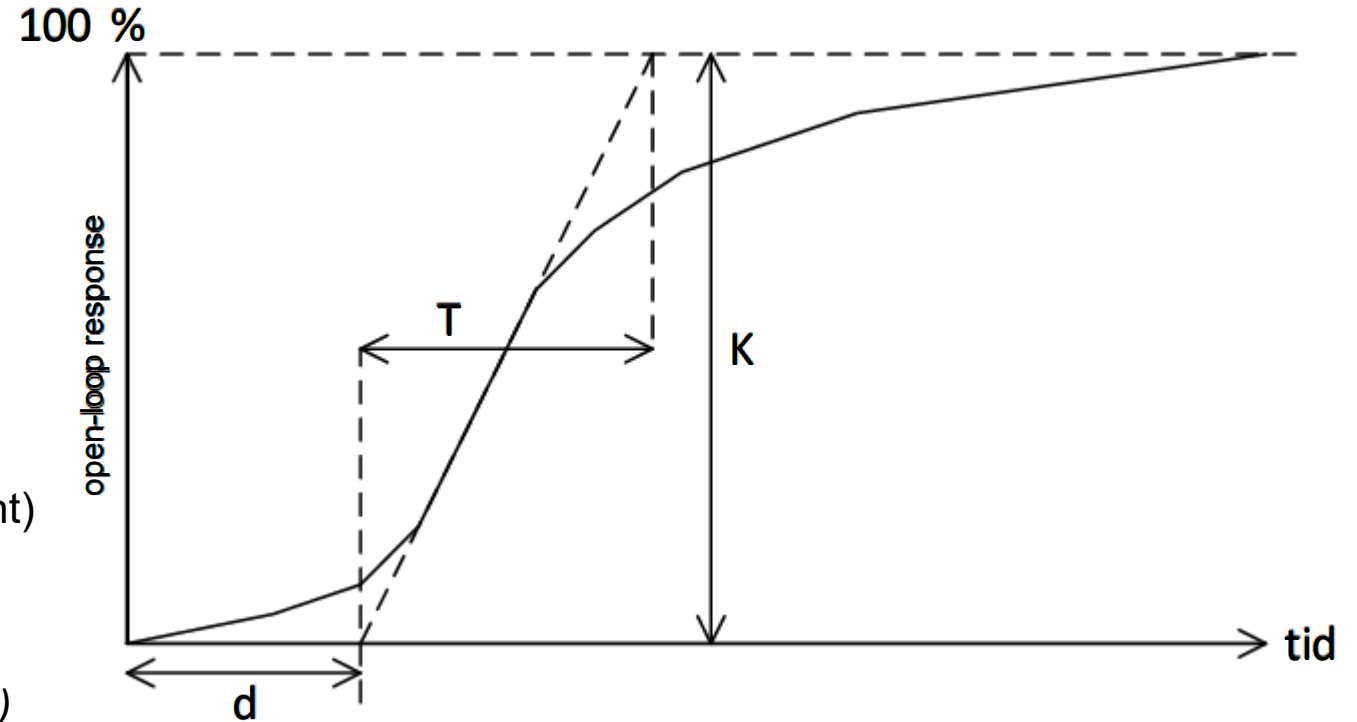
1. førsteordens system (= samme G_p uansett inputverdi)
2. kontrollsløyfen svarer raskt ($d < T/7$)

Eks: Vi endrer input fra 2 til 4 og output går fra 1 til 2,
Pseudo-delay d er 0,1s, T er 1s =>

Endring i output = 2-1 = 1

endring i input = 4-2 = 2

$G_p = 1/2$



$$K_p = 1,2 \frac{1}{0,1 * 0,5} = 24$$

$$K_i = \frac{0,5}{0,1} = 5$$

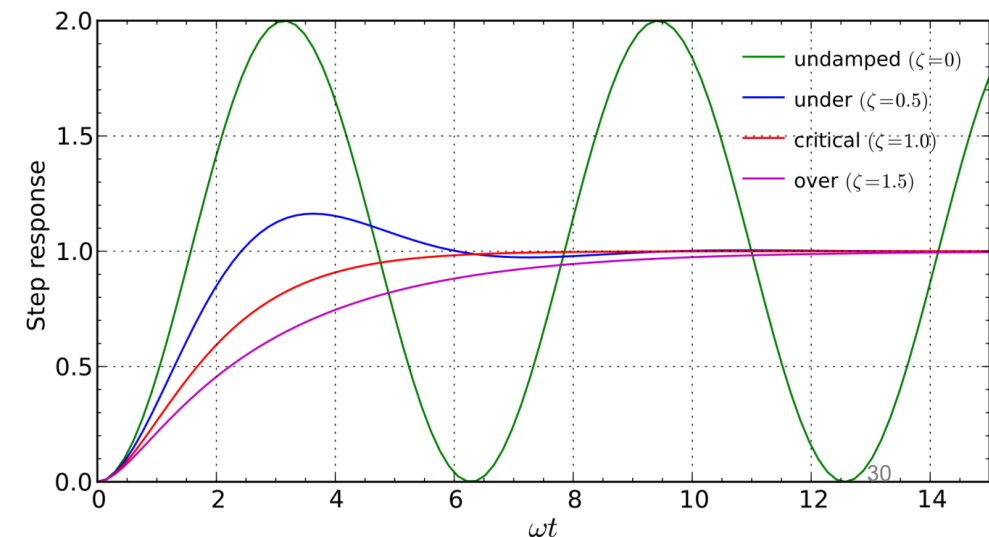
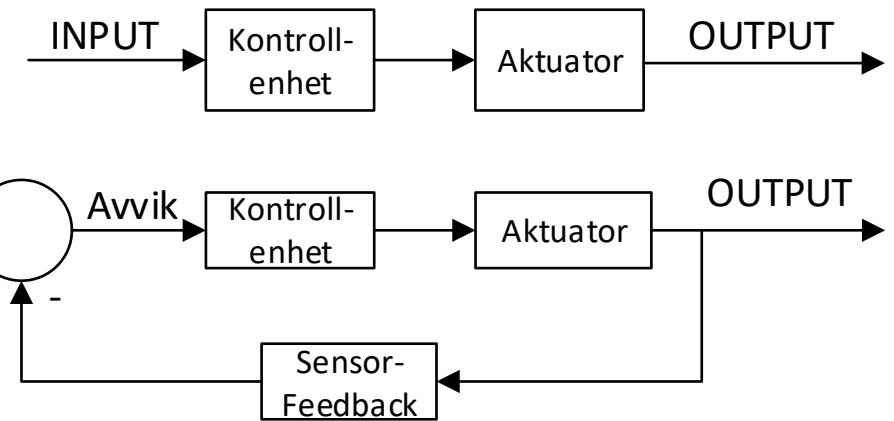
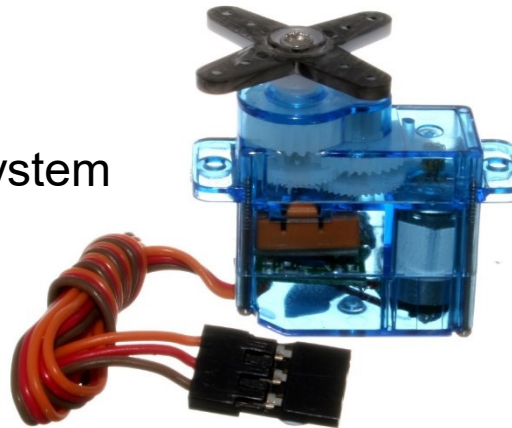
$$K_d = 0,5 * 0,1 = 0,05$$

*NB: Ikke sikkert at denne metoden gir beste resultat
Z-N beskrives i flere varianter*

*(Noen krever at man setter/beregner frekvens for
oscilleringer, andre benytter step-respons).*

Oppsummering

- Kontrollteori
 - Åpen sløyfe
 - Lukket sløyfe
- Motorer
 - Servo = aktuator med lukket kontrollsystem
- Kontrollsystemer
 - Bang-Bang
 - PID
 - Tuning: Manuelt eller Ziegler Nichols (*ifht step respons*).
- Begreper
 - Stegrespons (step response)
 - U-, under-, kritisk- og over- dempet



Anbefalt lesing og oppgaver

- Lese
 - COK: 28.1-28.8
- Oppgaver
 - COK: 28.1, 2, 3, 4, 5, 10, 11
 - *Merk for 28.1 fasit er ikke dekkende for alle muligheter...*