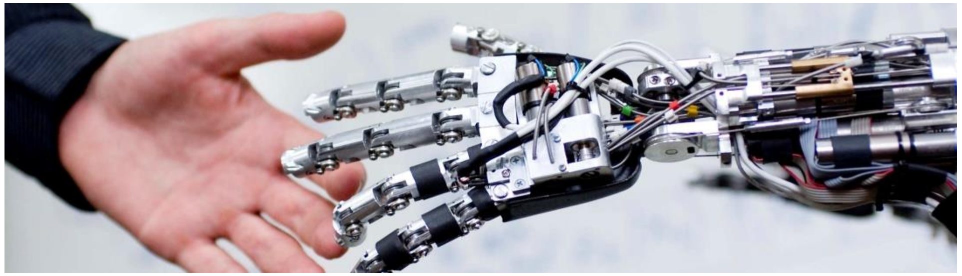
UiO : Institutt for informatikk
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet



Forelesning nr.3 analog elektronikk
IN 1080 Mekatronikk

Norton- og Thévenins teoremer
ac-analyse
Kondensatorer og reaktans

Dagens temaer

- Kretsteoremer
  - Thévenin og Norton
  - Superposisjon
- Representasjon av sinussignaler
- Kondensatorer
- Kapasitiv reaktans
- Tidsrespons til RC-krets

Kretsteoremer

- Kretsteoremer brukes for å analysere og forenkle kretser
  - Fungerer best for mindre kretser (få komponenter)
  - Større kretser krever datamaskin-baserte verktøy, f.eks LTspice
- Skal se på tre teoremer i IN1080 (det finnes flere)
  - Superposisjon
    - Analyse av lineære kretser med flere uavhengige kilder
  - Thévenins teorem
    - Forenkling ved å erstatte større kretsdeler med en spenningskilde i serie med en resistor
  - Nortons teorem
    - Forenkling ved å erstatte større kretsdeler med en strømkilde i parallell med en resistor

Superposisjon

- «Responsen til en lineær krets med flere uavhengige kilder er lik summen av responsene forårsaket av hver enkelt kilde»

$$v_o = a_1 v_1 + a_2 v_2 + \cdots a_n v_n$$

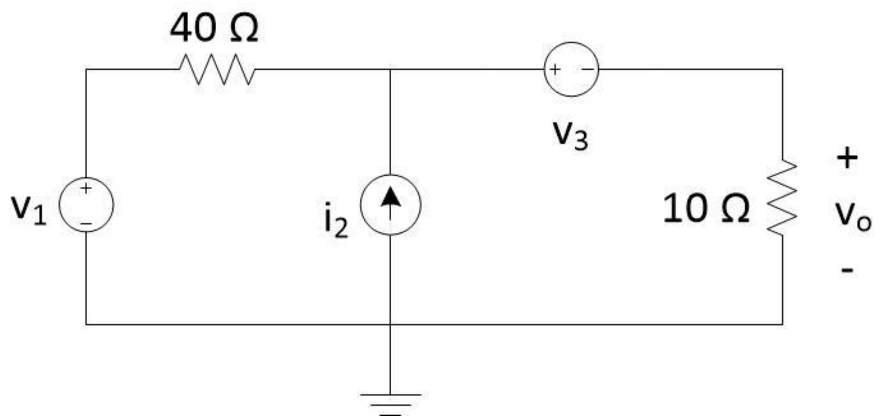
- Hver uavhengige kilde betraktes som input til kretsen
- Output (responsen) kan være spenningen over eller strømmen gjennom et vilkårlig element i kretsen
- Vi skal se på superposisjon i kretser med resistorer (ikke med spoler og/eller kondensatorer)

Superposisjon (forts)

- Fremgangsmåte
  1. Identifiser alle de uavhengige strøm- og spenningskildene (input)
  2. Bestem hva som skal være output (enten strøm eller spenning gjennom/over en resistor)
  3. Kortslutt alle spenningskilder og åpne alle strømkilder bortsett fra én kilde
  4. Finn bidraget til output fra den ene kilden i 3)
  5. Gjenta 3) og 4) for alle kildene i 1)
  6. Output er summen av bidragene fra hver enkelt kilde fra punkt 4)

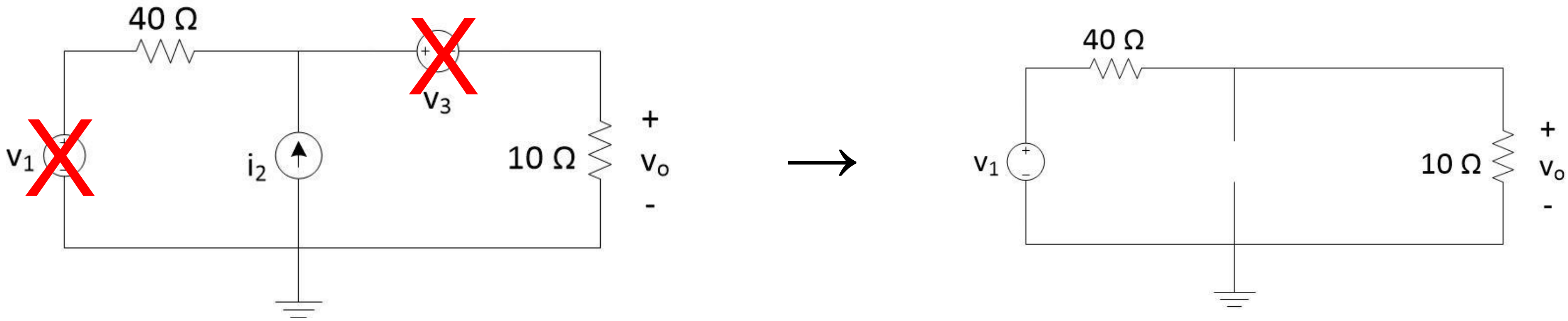
Eksempel superposisjon

- Eksempel: Bruk superposisjon til å finne spenningen v_o over 10Ω-resistoren



Eksempel superposisjon (forts)

- Fjern v_3 og i_2 for å finne bidraget v_{o1} fra v_1

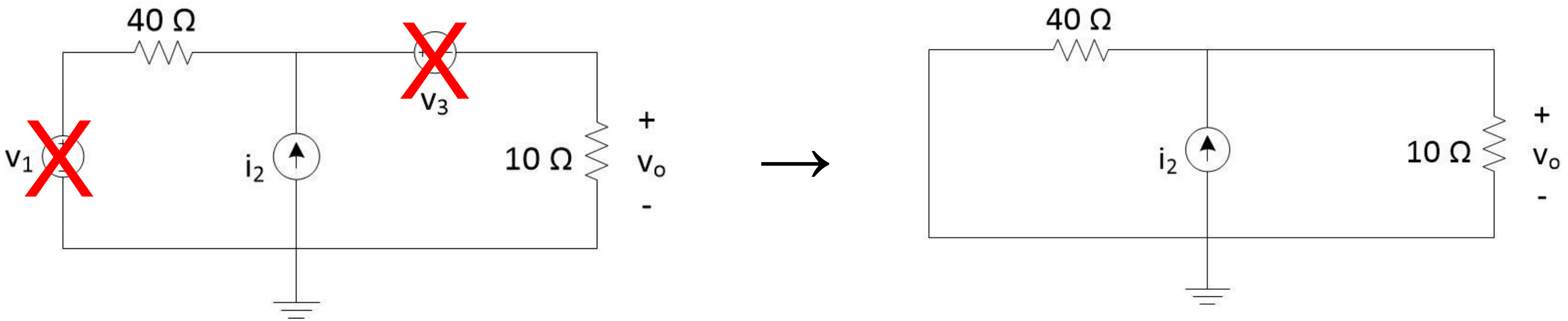


- Finner v_{o1} -bidraget vha spenningsdelerformelen:

$$v_{o1} = \frac{10}{40+10} v_1 = \frac{1}{5} v_1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{5} V/_V$$

Eksempel superposisjon (forts)

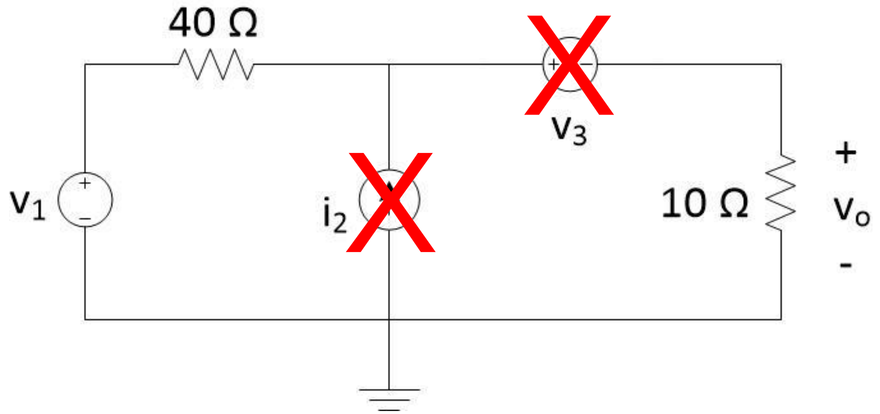
- Fjern v_1 og v_3 for å finne bidraget fra i_2



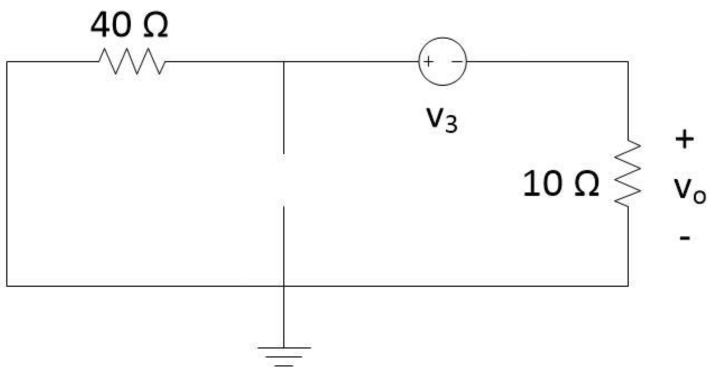
$$v_{o2} = \frac{40\Omega * 10\Omega}{40\Omega + 10\Omega} i_2 = 8\Omega i_2 \Rightarrow a_2 = \frac{v_{o2}}{i_2} = 8\, {}^{V}\!/_{A}$$

Eksempel superposisjon (forts)

- Fjern v_1 og i_2 for å finne bidraget fra v_3

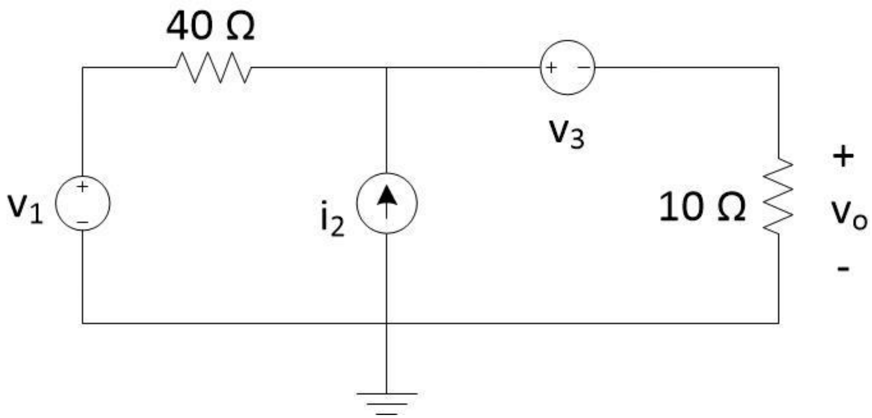


$\longrightarrow$



$$v_{o3} = \frac{10}{40+10}(-v_3) = -\frac{1}{5}v_3 \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{5}{}^{V}/_{V}$$

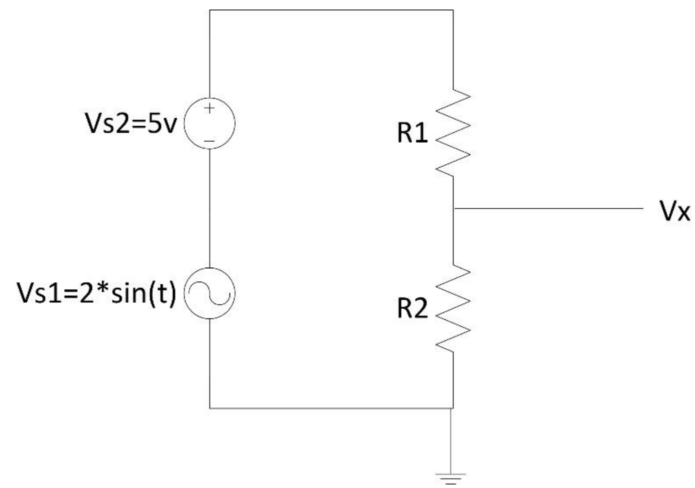
Eksempel superposisjon (forts)



- Til slutt legger vi sammen bidragene fra enkeltkildene og får

$$v_o = a_1 v_1 + a_2 i_2 + a_3 v_3 = \frac{1}{5} v_1 + 8 i_2 V/A + (-\frac{1}{5} v_3)$$

Superposisjon – eller ikke?

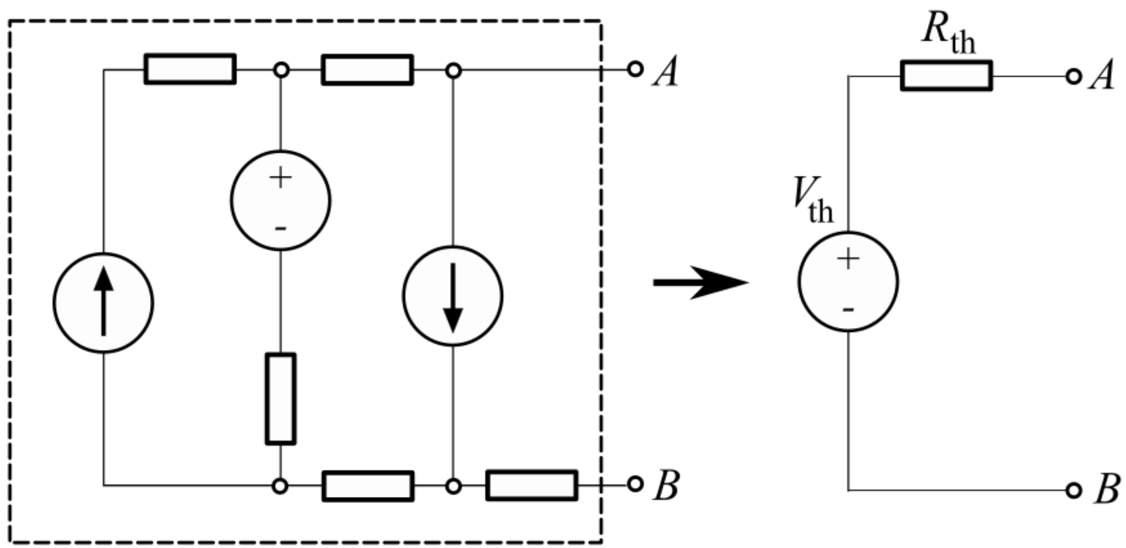


- **Uten** superposisjon:
  - Bruker KVL og summerer Vs1 og Vs2: Vs_tot = Vs1 + Vs2
  - $Vx = \frac{R2}{R1+R2} Vs\_tot$
- **Med** superposisjon:
  - Bidrag fra Vs1 (Vs2 kortsluttes): $Vx\_vs1 = \frac{R2}{R1+R2} Vs1$
  - Bidrag fra Vs2 (Vs1 kortsluttes): $Vx\_vs2 = \frac{R2}{R1+R2} Vs2$
  - Totalt: $Vx = Vx\_vs1 + Vx\_vs2 = \frac{R2}{R1+R2} Vs1 + \frac{R2}{R1+R2} Vs2 = \frac{R2}{R1+R2}(Vs1 + Vs2) = \frac{R2}{R1+R2}(Vs\_tot)$

- **Merk:** Eksemplet virker mer komplisert med superposisjon, men med mange kilder i en stor krets vil superposisjon forenkle utregningene

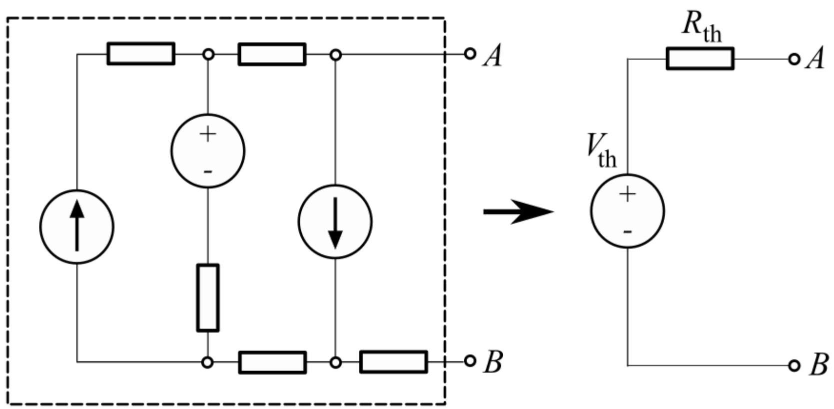
Thévenins teorem

- «Ethvert lineært to-terminalers nettverk bestående av strømkilder, spenningskilder og resistorer kan erstattes av en ekvivalent krets med én spenningskilde i serie med én resistor»

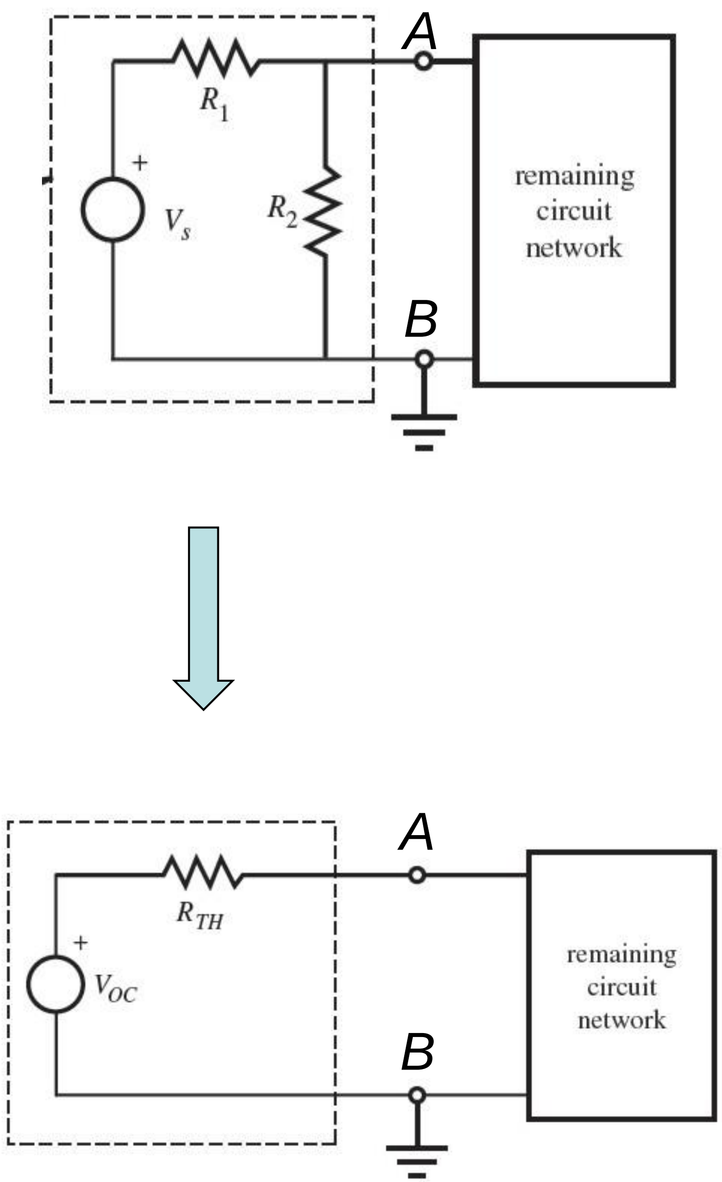


Thévenins teorem (forts)

- Fremgangsmåte
  - Identifiser (del)kretsen som skal erstattes av en Thévenin-ekvivalent
  - Beregn V_{th} og R_{th}
    - V_{th}: Spenningen V_{AB} mellom A og B etter at resten av kretsen er fjernet
    - R_{th}: Resistansen mellom A og B når spenningskildene kortsluttes og strømkildene åpnes



Thévenins teorem (forts)



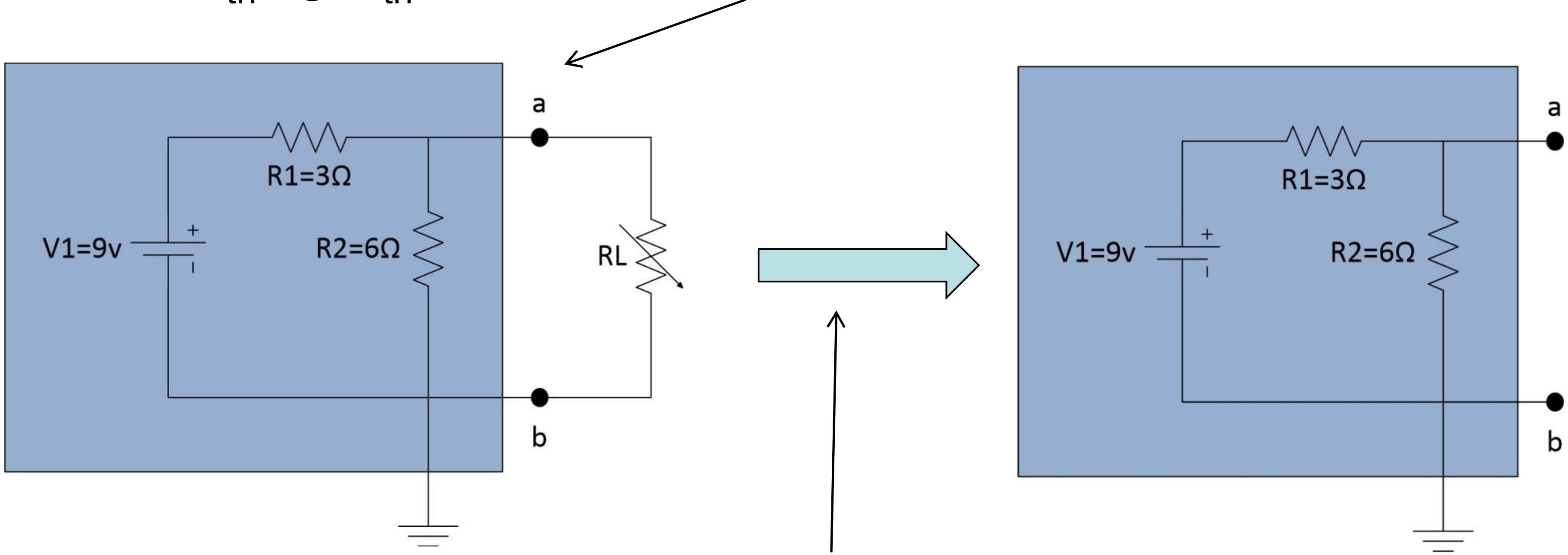
- Eksempel
  - V_{th}: Spenningen mellom A og B etter at resten av kretsen er fjernet (OC = «Open Circuit»)
  - R_{th}: Resistansen mellom A og B når V_s kortsluttes

$$V_{th} = Voc = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s$$

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Thévenins teorem (forts)

- Finn V_{th} og R_{th} for den blå delen



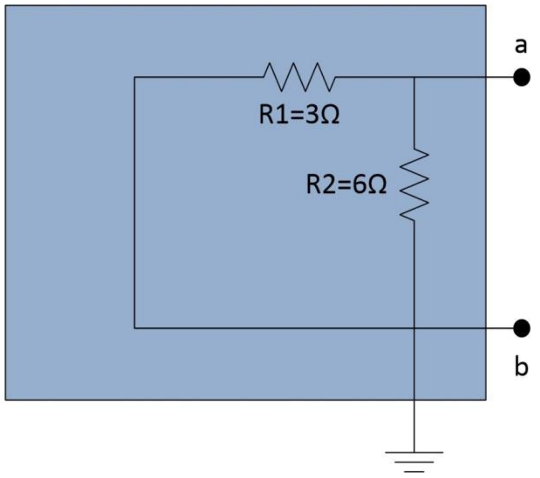
Fjerner kretsen som ikke skal inngå (dvs tar bort R_L)

Thévenins teorem (forts)

1. Nuller ut kilden(e): Kortslutter V1

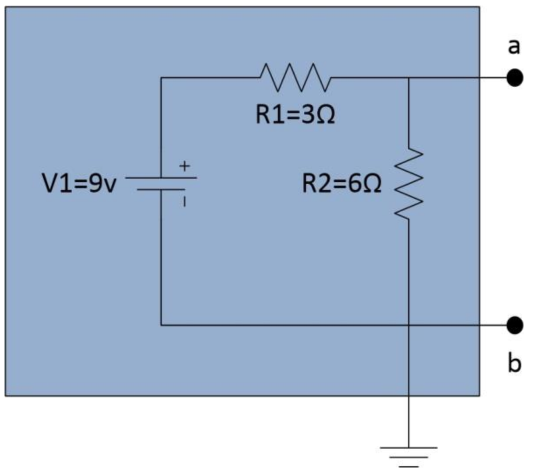
2. Beregner R_{th} mellom node a og b:

   R1||R2=(R1*R2)/(R1+R2)=(3Ω*6Ω)/(3Ω+6Ω)=2Ω



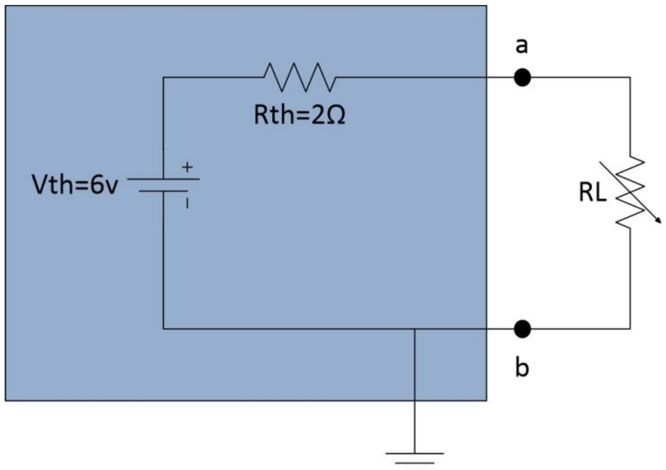
3. Setter tilbake V1 og finner Vab:

   Vab=Vth=V1*(R2/(R1+R2)=9v*(6Ω)/(3Ω+6Ω)=6v



Thévenins teorem (forts)

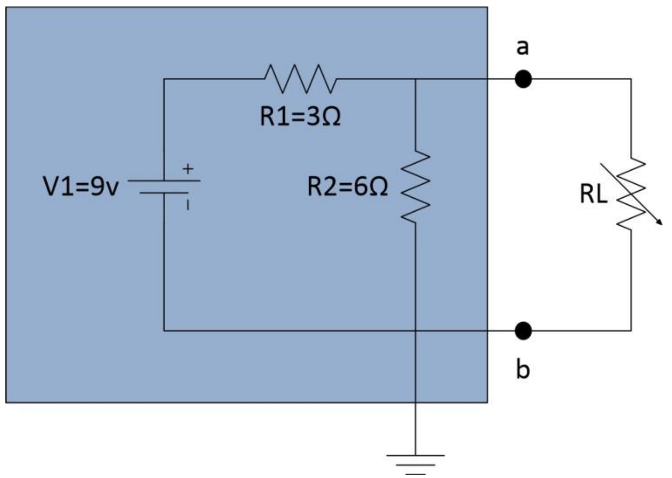
- Setter sammen ekvivalenten og kobler til resten:



- For ulike verdier av den variable resistoren RL er det nå enklere å beregne f.eks hvordan strømmen gjennom den varierer

Thévenins teorem (forts)

Uten Thévenin-forenkling



$IL = Vab/RL$ og $Vab = V1*R1/(R1 + R2||RL)$

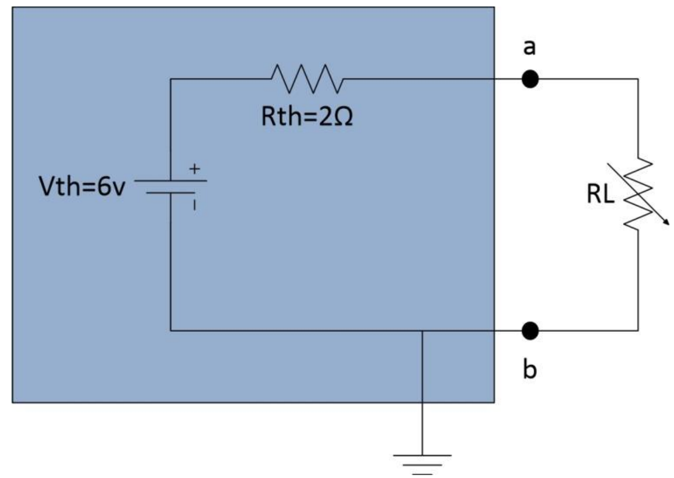
$IL = V1*R1/(R1+R2*RL/(R2+RL))/RL$

$RL=2\Omega$: $IL = 9v*3\ \Omega /(3\ \Omega +6\ \Omega *2\ \Omega /(6\ \Omega +2\ \Omega))/2\ \Omega=1.5A$

$RL=10\Omega$: $IL = 9v*3\ \Omega /(3\ \Omega +6\ \Omega *10\ \Omega /(6\ \Omega +10\ \Omega))/10\ \Omega=0.5A$

$RL=100\Omega$: $IL = 9v*3\ \Omega /(3\ \Omega +6\ \Omega *100\ \Omega /(6\ \Omega +100\ \Omega))/100\ \Omega=0.06A$

Med Thévenin-forenkling



$IL=Vth/(Rth + RL)$

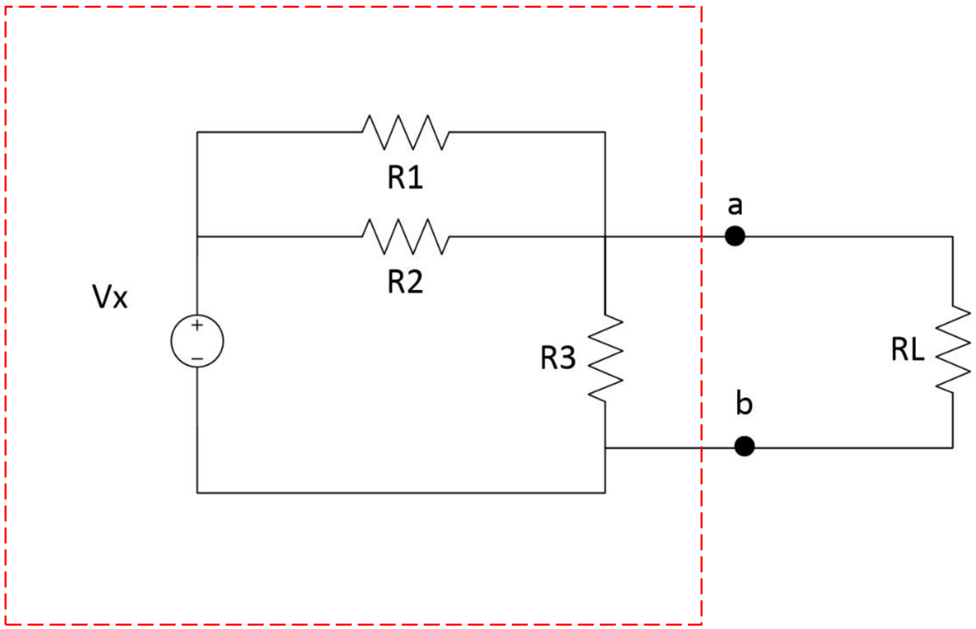
$RL=2\Omega$: $IL= 6v/(2\Omega + 2\Omega)=1.5A$

$RL=10\Omega$: $IL= 6v/(2\Omega + 10\Omega)=0.5A$

$RL=100\Omega$: $6v/(2\Omega + 100\Omega)=0.06A$

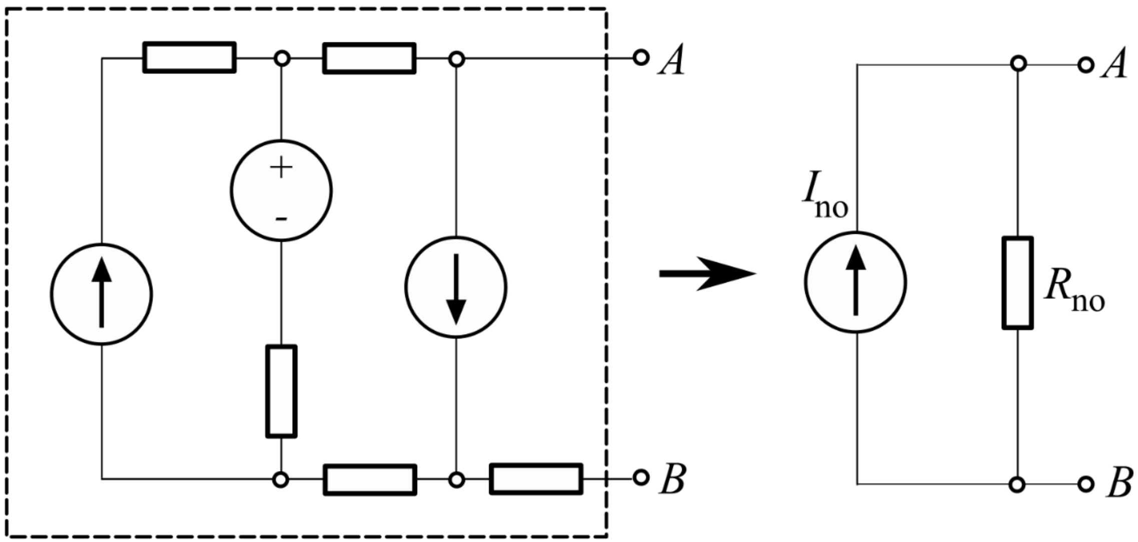
Eksempel

- Finn Thévenin-ekvivalenten til kretsen innenfor den røde stiplede firkanten når Vx=12v, R1=10 kOhm, R2=40kOhm og R3=2kOhm



Nortons teorem

- Variant av Thévenins teorem
- «Ethvert lineært to-terminalers nettverk bestående av strømkilder, spenningskilder og resistorer kan erstattes av en ekvivalent krets med én strømkilde i parallell med én resistor»



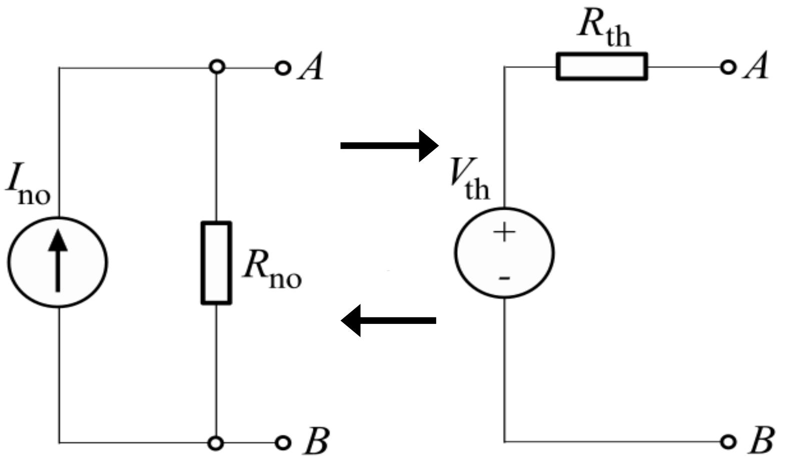
Nortons teorem

- Samme metode som for Thévenins teorem
  - Likhet: Kildene kortsluttes (spenningskilder) eller åpnes (strømkilder)
  - Forskjell: Terminalene A og B kortsluttes for å finne strømmen gjennom dem (istedenfor å beregne spenningen over dem)
- Sammenhengen mellom Norton- og Thévenin-ekvivalenter:

$$R_{th} = R_{no}$$

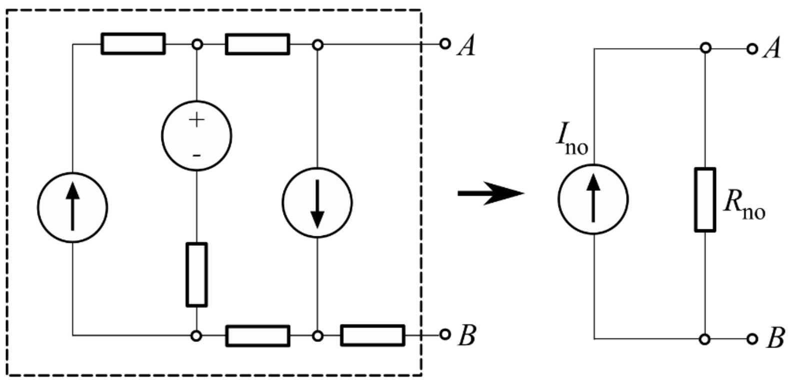
$$V_{th} = I_{no} R_{no}$$

$$\frac{V_{th}}{R_{th}} = I_{no}$$



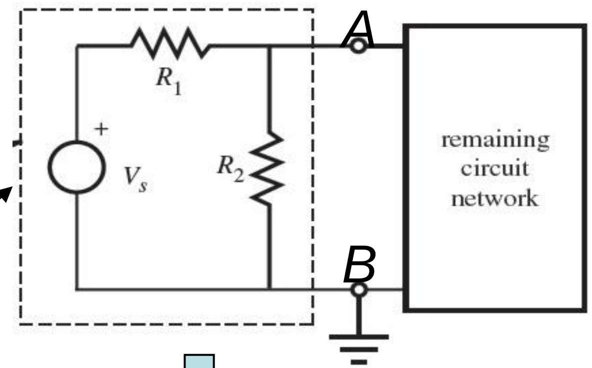
Nortons teorem (forts)

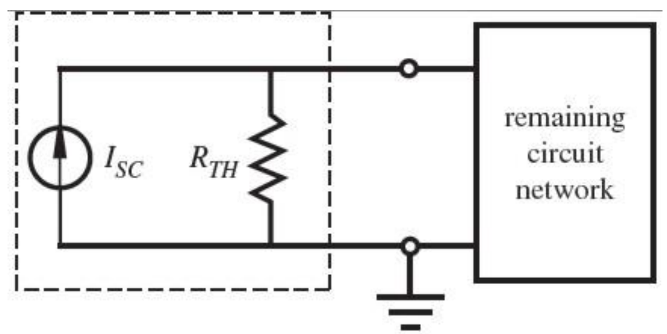
- Fremgangsmåte
  - Identifiser (del)kretsen som skal erstattes av en Norton-ekvivalent
  - Beregn I_{no} og R_{no}
    - I_{no}: Strømmen fra A til B når resistorene erstattes med R_{th} og kildene med V_{th}
    - R_{no}: Samme som Thévenin-resistansen R_{th}



Nortons teorem (forts)

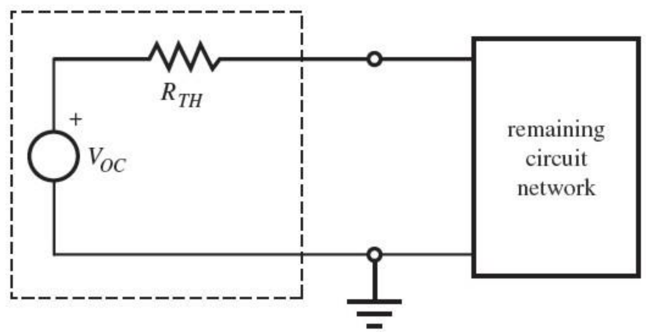
- Eksempel
  - Identifiser (del)kretsen som skal erstattes med Norton-ekvivalenten
  - Beregn I_{no} og R_{no}





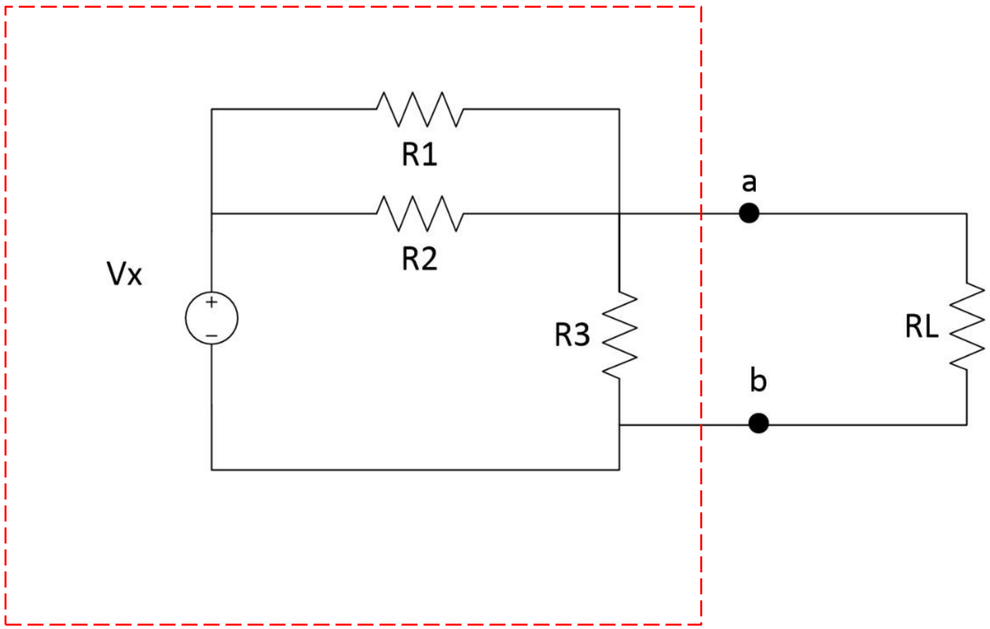
$$R_{no} = R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{no} = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$



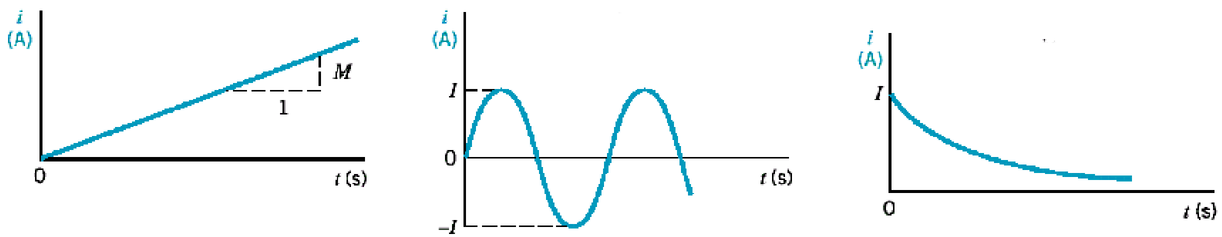
Eksempel

- Finn Norton-ekvivalenten til kretsen innenfor den røde stiplede firkanten når Vx=12v, R1=10 kOhm, R2=40kOhm og R3=2kOhm



Signaler

- Et *signal* er en strøm eller spenning som overfører informasjon
- Signaler som varierer over tid kalles ac-signaler
  - Informasjonsinnholdet kan ligge i tidsvariasjonen
  - Variasjonen kan være *periodisk* (b), dvs. den gjentar seg med faste mellomrom, eller *ikke-periodisk* ((a) og (c))
- dc-signaler også kan variere over tid, men dette er som regel ikke tilsiktet (f.eks. batteri som lades ut)



(a) (b) (c)

Sinussignaler

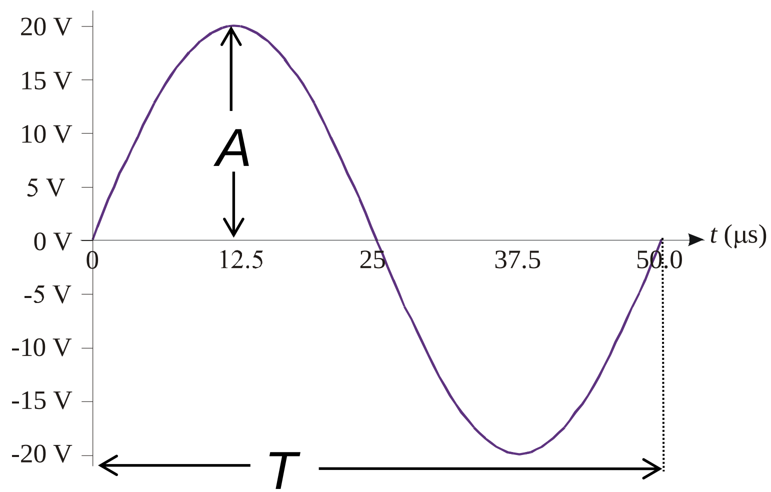
- Mange naturlige fenomener varierer med sinus-karakteristikk
- Sinussignaler og deres egenskaper kan beskrives presist matematisk
- Vilkårlige signaler kan representeres som summer av sinusformede signaler
- Sinussignaler er viktige i bla lyd- og bildebehandling

Amplitude og periode

- En enkel variant av et sinussignal er gitt av *f(t) = A*sin(t)*
- Skaleringsfaktoren *A* kalles *amplitude* og er den maksimale verdien f(t) kan ha
- *T* kalles *perioden* og er tiden det tar før (sinus)signalet gjentar seg

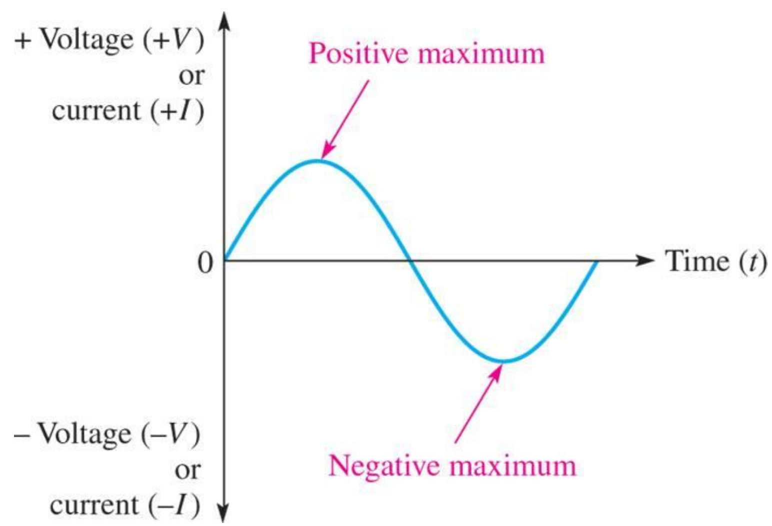
A = 20 volt

T=50 µs



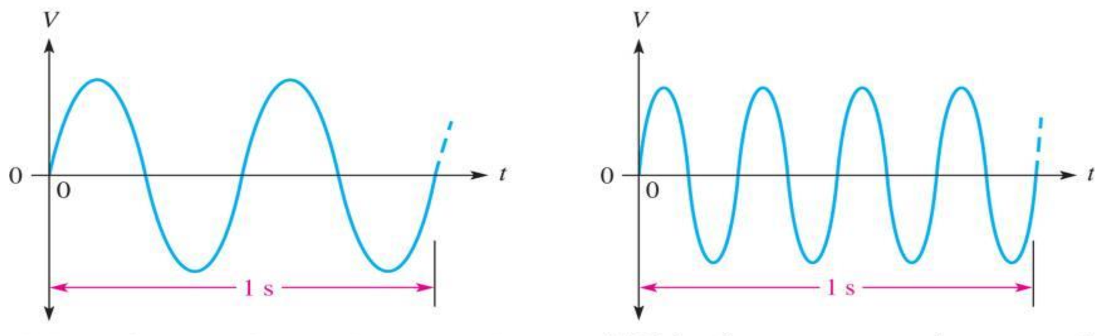
Amplitude og periode (forts)

- Et *balansert* sinussignal er sentrert rundt 0: Maksimal positiv verdi = maksimal negativ verdi (absoluttverdi).
- Amplituden er den positive maksimumsverdien
- Gjennomsnittsverdien over en hel periode er lik 0 hvis signalet er balansert



Mer om periode og frekvens

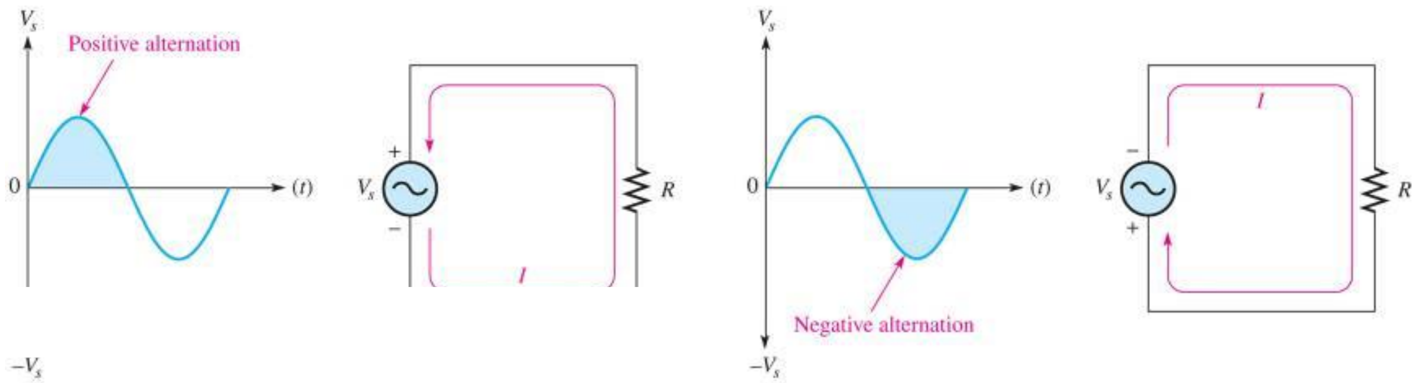
- Mens perioden er tiden det tar før signalformen gjentas, er *frekvensen* antallet ganger signalformen gjentar seg per sekund



- Frekvens måles i Hertz: 1Hz = 1/s
- Perioden T og frekvensen f er omvendt proporsjonale: $T = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T}$

Strøm- og spenningsretning

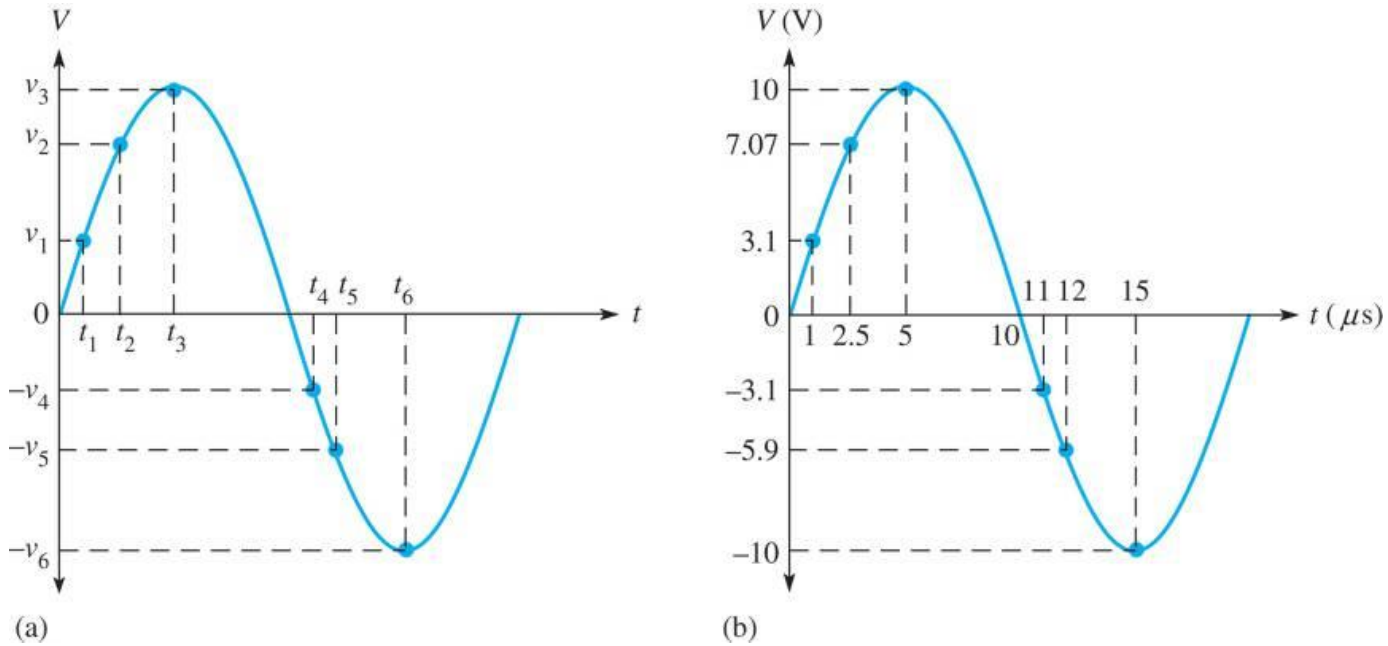
- For et balansert sinussignal endres strømretningen og/eller polariteten til spenningen én gang per periode



- Signalet er positivt halve perioden og negativ den andre halve perioden

Øyeblikksverdi

- *Øyeblikksverdien* er amplituden på et bestemt tidspunkt t_i

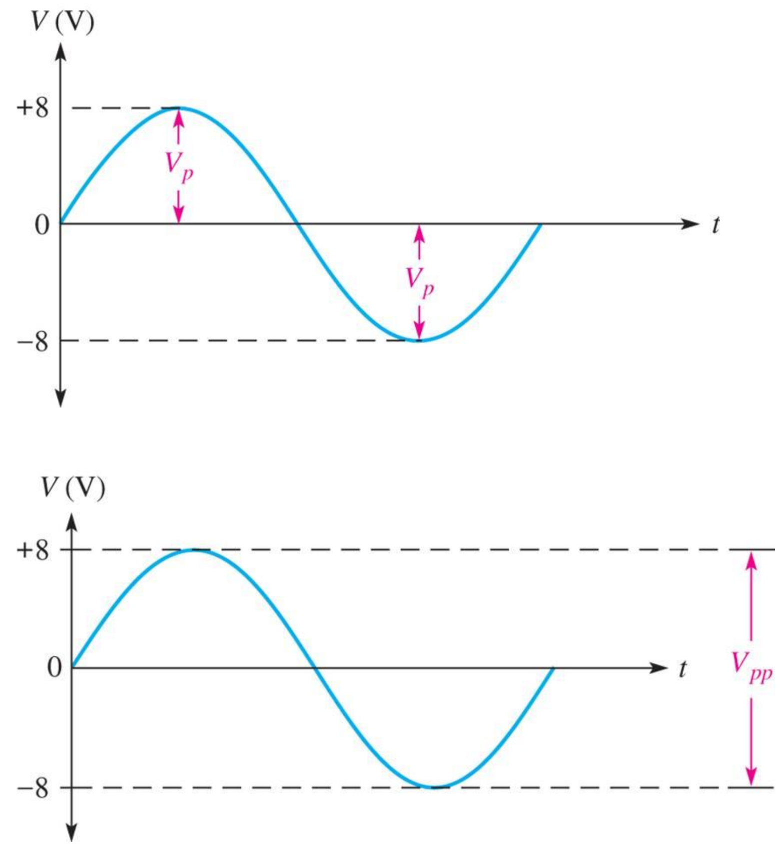


Peak-til-peak verdi

- Amplitude kalles også *magnitude* eller *peak-verdi* V_p

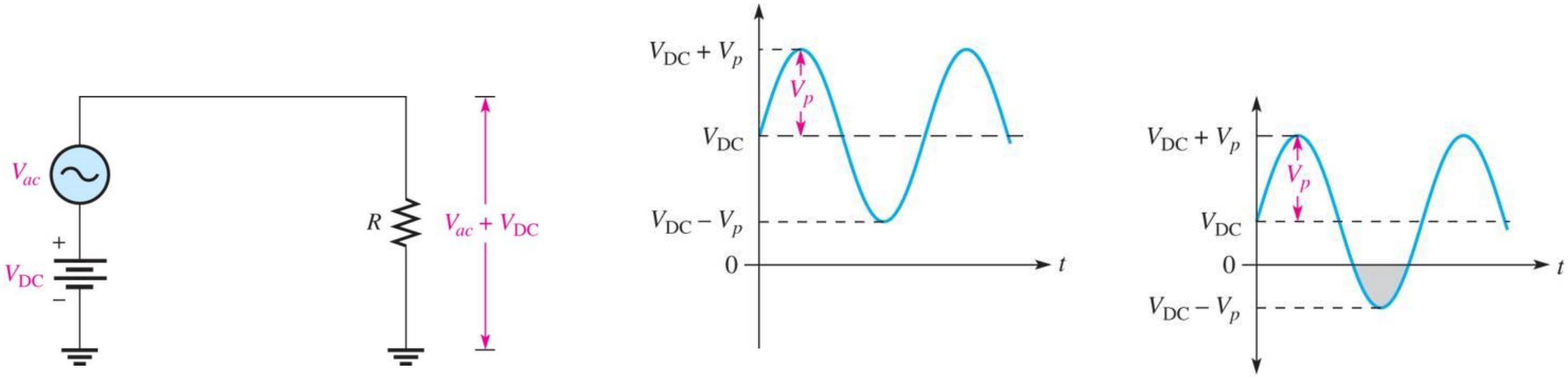
- *Peak-til-peak* verdi er definert som

$$V_{pp} = 2V_p \wedge I_{pp} = 2I_p$$



Sinussignaler med dc-offset

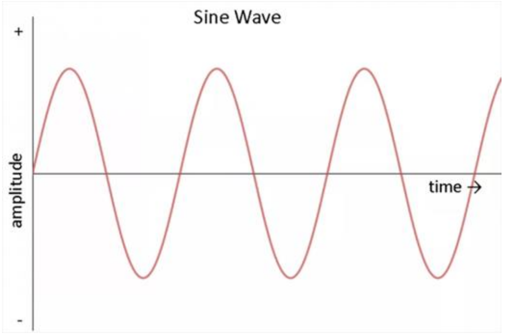
- Hvis sinussignalet har en dc-komponent, forskyves amplituden opp eller ned



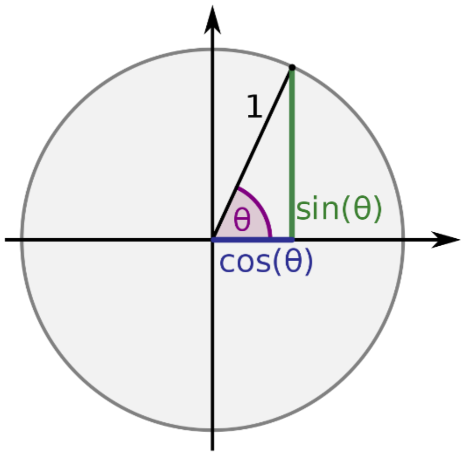
- V_p defineres relativt til dc-offset, og ikke fra 0

Mer om sinusfunksjonen

- Så langt har vi betraktet sinus som en funksjon med tid som den uavhengige variabelen (tiden *t* går langs den horisontale aksen): $f(t)=sin(t)$

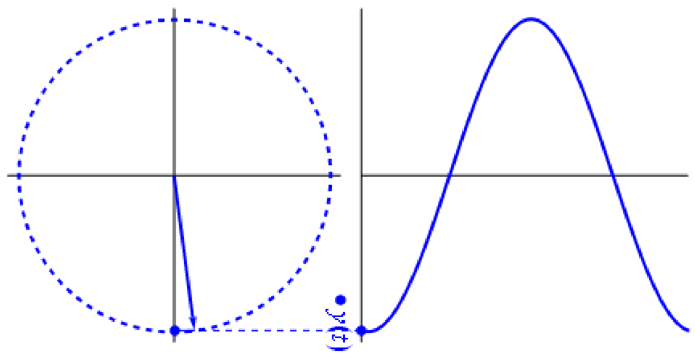


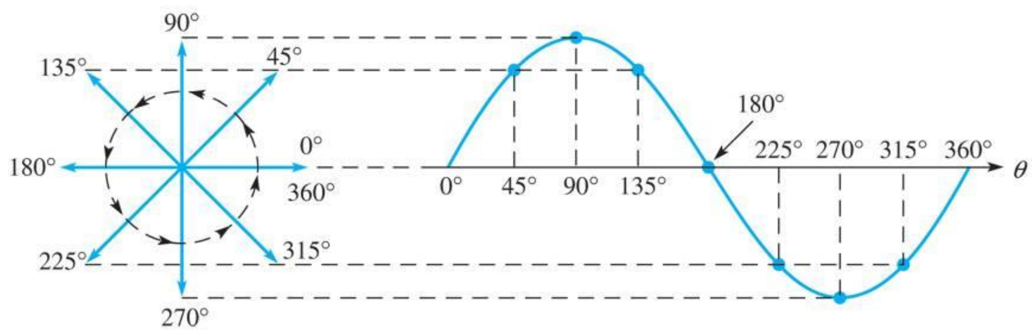
- Vi kan også bruke definisjonen ut fra enhetssirkelen og la vinkelen mellom den horisontale aksen og vektoren som utgjør radius være argument til sinus: $g(\phi)=sin(\phi)$



Mer om sinusfunksjonen (forts)

- Istedenfor å la tiden *t* øke for å vise endringen over tid, kan vi la vinkelen ϕ øke, som betyr at vi roterer vektoren som utgjør hypotenusen i trekanten hvor sinus(ϕ) er lengden på motstående katet
- Etter en hel omdreining, dvs $\phi = 2\pi$, er vi tilbake til utgangspunktet
- Om endepunktet projiseres horisontalt på en rett linje, får man en «vanlig» sinuskurve:





Mer om sinus (forts)

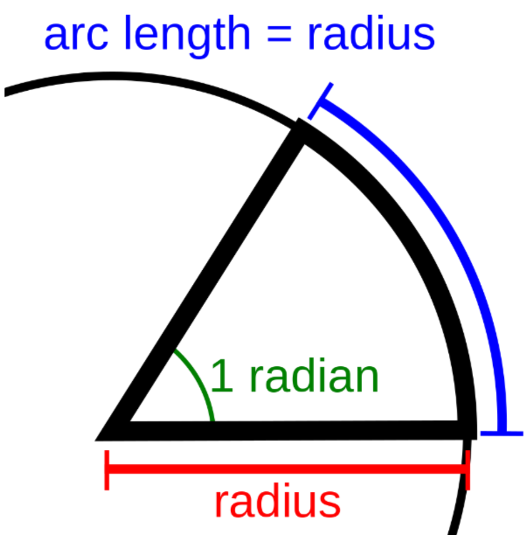
- *Radian* er lengden som spissen av vektoren har tilbakelagt; 1 radian tilsvarer lengden på radius
- Sammenhengen mellom grader og radianer er

$$2\pi\, rad = 360^{o} \leftrightarrow 1\, rad = \left(\frac{180^{o}}{\pi}\right) * grader$$

- *Vinkelhastighet* (“angular velocity”) sier hvor hurtig vektoren roterer rundt enhetssirkelen:

$$\text{vinkelhastighet} = \frac{\text{avstand(målt i grader eller radianer)}}{\text{tid (målt i sekunder)}} \leftrightarrow \ \omega = \frac{\alpha}{t}$$

- Vinkelhastigheten som behøves for å fullføre en hel periode er gitt av $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- ω kalles også *vinkelfrekvens*



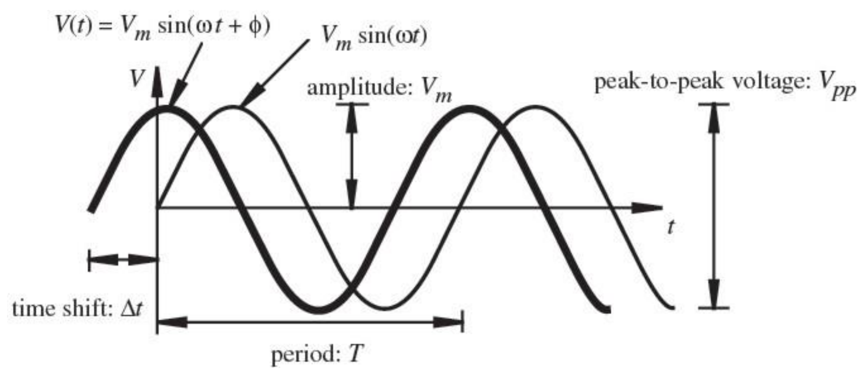
Mer om sinus (forts)

- Dette gjør at vi kan skrive sinusformede strømmer og spenninger som

$$i(t) = I_m sin(\omega t)$$
$$v(t) = V_m sin(\omega t)$$

- Tilslutt trenger vi å ta hensyn til at sinuskurven ikke alltid starter i (0,0)
  - Forskyves kurven horisontalt (mot venstre eller høyre) kalles dette *faseskift* eller *fasedreining*
  - Fasedreiningen angis ved å legge til en vinkel ϕ

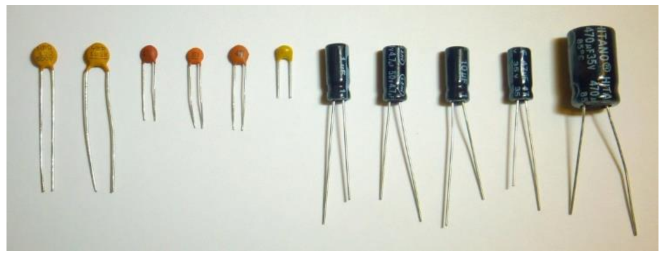
$$i(t) = I_m sin(\omega t + \phi)$$
$$v(t) = V_m sin(\omega t + \phi)$$



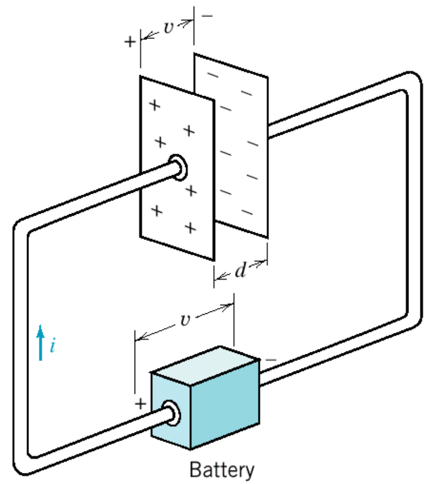
Positiv ϕ flytter kurven mot **venstre**

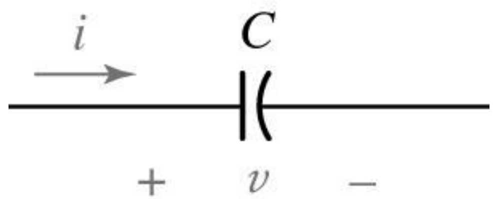
Kondensatorer

- Kondensatorer er viktige i elektronikk og har mange bruksområder
  - Lagring av energi (ladninger)
  - Utglatting av signaler som endrer seg hurtig
  - Blokkering av signaler med bestemte frekvenser
  - Omvandling av likestrøm til vekselstrøm – og omvendt (dc-ac og ac-dc omformere)
  - Spenningsregulatorer, batterier etc
  - Beskyttelse mot høye og kortvarige spenningspulser
- Impedansen til **resistorerer** er UAVHENGIG av frekvensen til strømmen som går gjennom dem
- Impedansen til **kondensatorer** VARIERER med frekvensen til strømmen



Kondensatorer (forts)

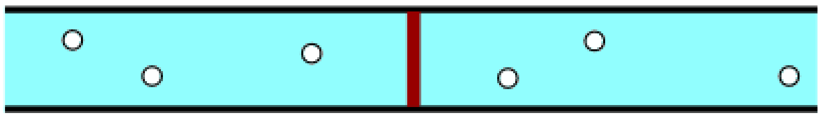




- En kondensator kan lagre elektrisk ladning
- En kondensator består av to plater av ledende materiale med isolasjon i mellom
- Kondensatorer kan lages av ulike materialer
- Noen har «+» og «-» terminal; disse kan eksplodere hvis de kobles feil!

Kondensatorer (forts)

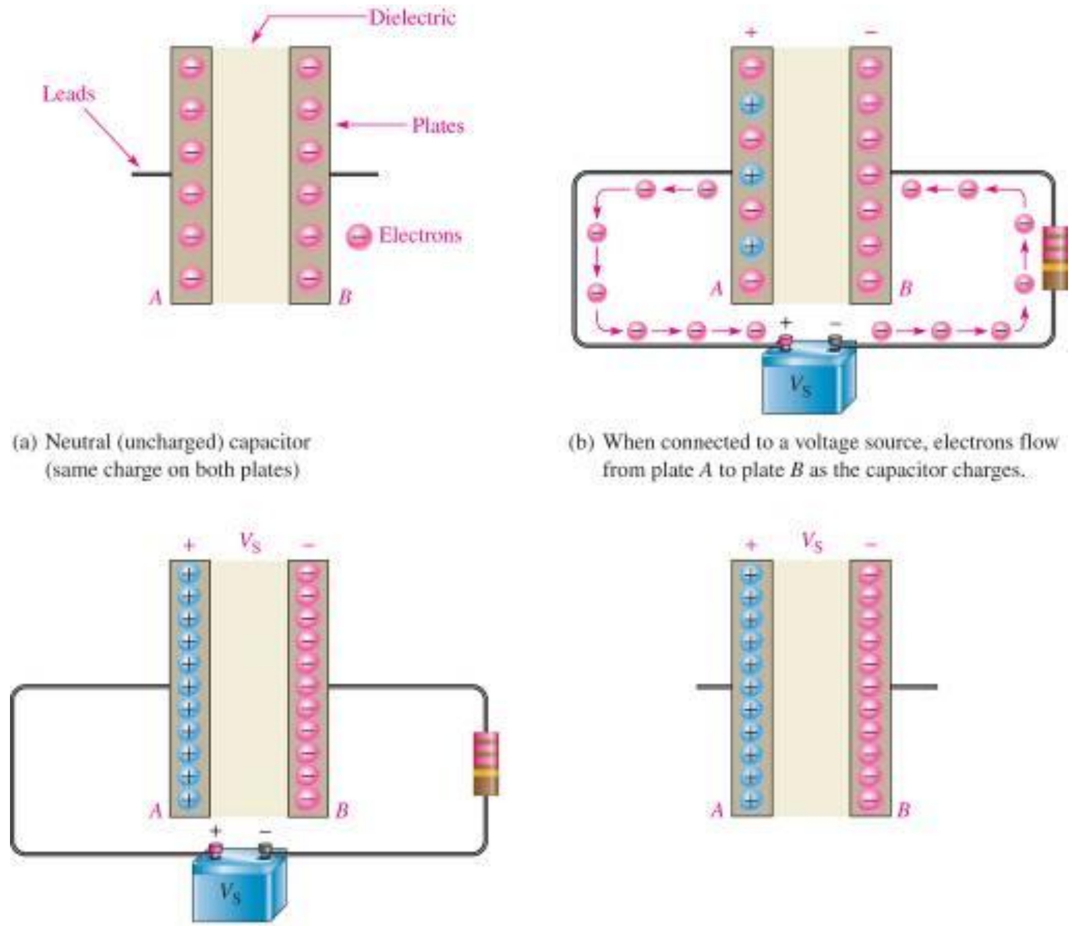
- En kondensator kan sammenlignes med et vannrør med en elastisk membran



- Hvis vannet beveger seg vil membranen også bevege seg (et stykke), slik det ser ut som det renner vann igjennom røret (vann = elektrisk strøm)
- Hvis vannet endrer retning, vil membranen gå tilbake til sin opprinnelige posisjon og presse vannet tilbake
- Det vil være trykkforskjell på hver side av membranen når vannet beveger seg (trykkforskjell = spenning)
- Uten bevegelse i vannet vil membranen ikke bevege seg (dc-spenning gir ingen strøm gjennom kondensatoren)

Kondensatorer (forts)

- Hvis platene kobles til en spenning V_s, oppstår et elektrisk felt mellom platene
- Feltet gjør at elektroner beveger seg fra den ene platen over til den andre
- Når spenningen mellom platene har nådd V_s vil ikke lenger elektroner bevege seg



(a) Neutral (uncharged) capacitor (same charge on both plates)

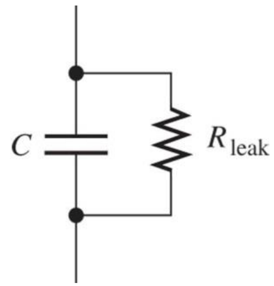
(b) When connected to a voltage source, electrons flow from plate A to plate B as the capacitor charges.

(c) After the capacitor charges to V_S, no electrons flow.

(d) Ideally, the capacitor retains charge when disconnected from the voltage source.

Kondensatorer (forts)

- Hvis spenningskilden fjernes vil en *ideell* kondensator holde på ladningene beholde til evig tid og spenningen forblir konstant
- I en *fysisk* kondensator derimot «lekker» platene ladninger slik at kondensatoren utlades
- Denne effekten kan modelleres med en resistor i parallell:



- Ved ekstra høye frekvenser (~10^9 Hertz) blir oppførselen mer komplisert

Kondensatorer (forts)

- Evnen til å lagre ladninger kalles *kapasitans C,* som måles i *Farad* og er definert ved

$$C = \frac{Q}{V} \Leftrightarrow Q = CV \Leftrightarrow V = \frac{Q}{C}$$

- 1 Farad er lagring av 1 Coulomb med 1 volt potensialforskjell mellom platene
- Kapasitansen bestemmes as platearealet *A*, avstanden *d* mellom platene og permittiviteten ε:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

  - ε er en egenskap ved materialet mellom platene og måles i Farad/meter

Sammenheng strøm, spenning og impedans

- Sammenhengen mellom strømmen gjennom og spenningen over en kondensator er gitt av

$$V = \frac{Q}{C} \Rightarrow i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

- Impedansen til en kondensator heter *kapasitiv reaktans* og er gitt av

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C}$$

- En sinusformet strøm og –spenning gjennom/i en kondensator ikke er i fase, men forskjøvet i forhold til hverandre

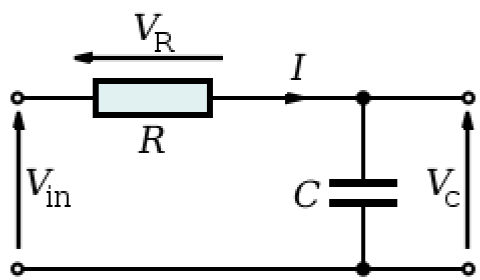
Oppsummering kondensatorens virkemåte

https://www.youtube.com/watch?v=u-jigaMJT10

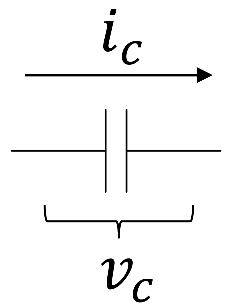
- Viktige punkter :
  - Elektronene "**trekkes"** fra kondensatoren mot den positive terminalen på batteriet
  - Elektronene "**skyves"** fra den negative terminalen på batteriet mot kondensatoren
  - Etterhvert blir det så mange negative ladninger på ÷ siden at elektronene beveger seg langsommere mot kondesatorens ÷plate og til slutt stopper elektronstrømmen
  - Tilsvarende blir det overskudd av positive landinger på +siden av kondensatoren slik at elektronene beveger seg langsommere mot batteriet
  - Kondensatorer lades hurtig opp til å begynne med og deretter langsommere og langsommere
  - Samme for utladning: Først hurtig og deretter langsommere og langsommere

RC-kretser

- En enkel RC-krets består av en resistor og en kondensator
- Resistoren og kondensatoren kan være i serie eller i parallell
  - Enklere å analysere seriekoblet RC-krets
- Skal analysere oppførselen for to ulike typer innsignal:
  - Sinusformet
  - Pulsformet (firkantpulser)

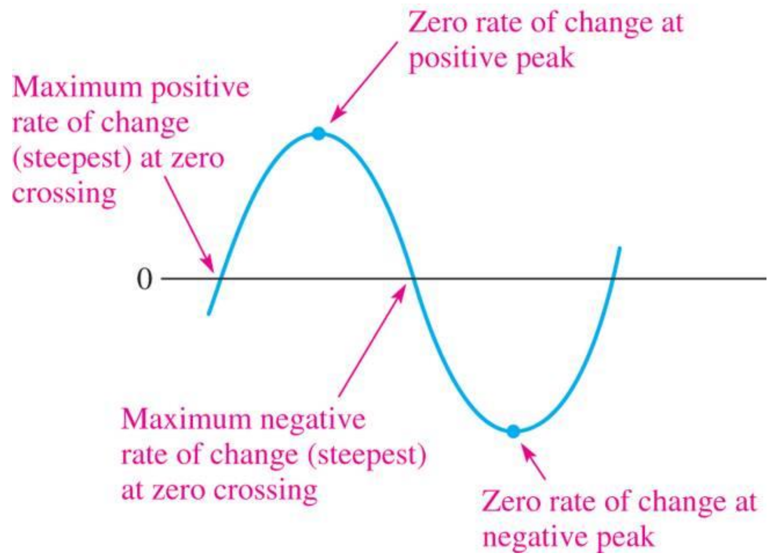


Sammenheng strøm-spenning i en kondensator



$$i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

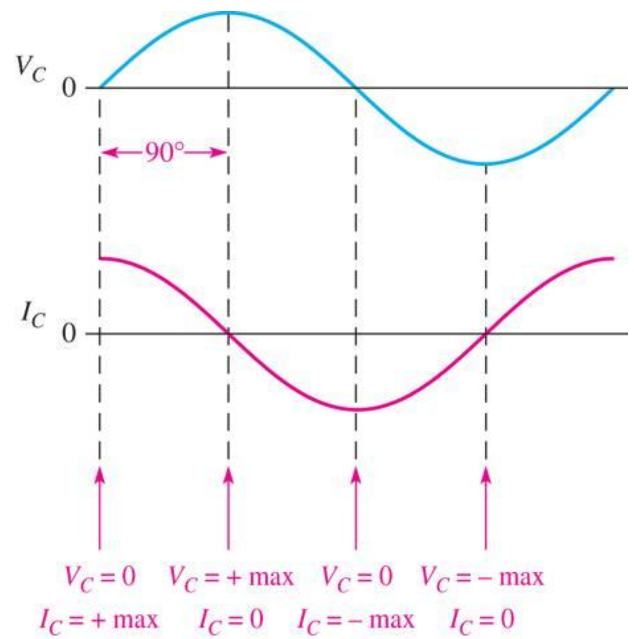
- **Resistor:** Ingen faseforskyvning mellom strøm og spenning, dvs φ = 0
  - Maksimal spenningsforskjell gir maksimal strøm
  - Null spenningsforskjell gir null strøm
- **Kondensator:** Spenning og strøm er faseforskjøvet, dvs φ ≠ 0
  - Maksimal spenningsforskjell gir ikke maksimal strøm
  - Null spenningsforskjell gir ikke null strøm
- Fasedreiningen mellom strøm og spenning kan forstås ved å observere når *endringen* langs en sinus-kurve er *størst* og når den er *minst*
- (Faseforskyvning = fasedreining = faseforskjell)



Sammenheng strøm-spenning i en kondensator

- Strømmen gjennom en kondensator er størst når *endringen* i spenningen over den er størst, og minst når *endringen* i spenningen er minst

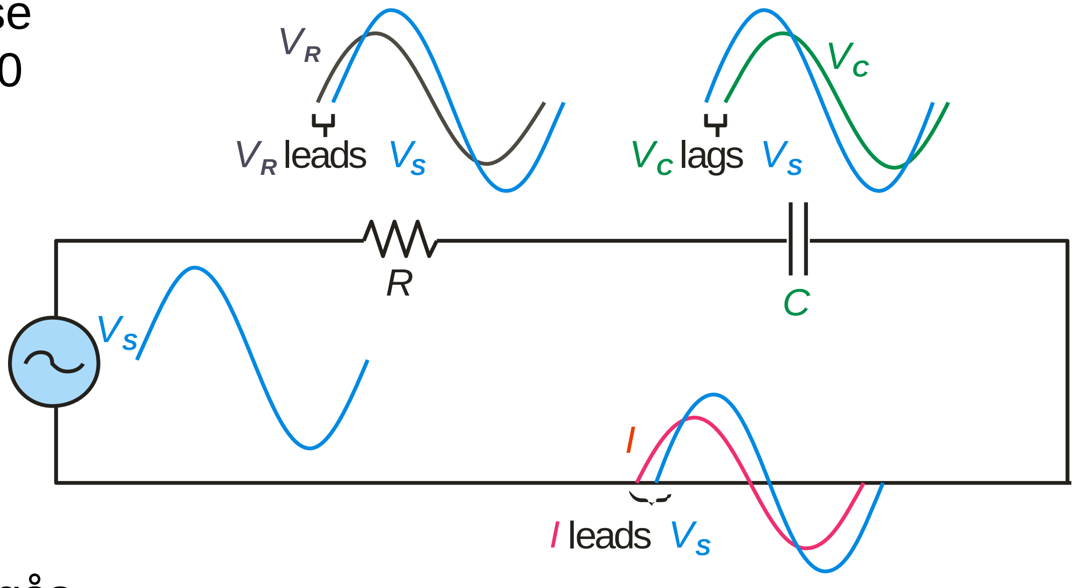
  - Når spenningsforskjellen er på det mest positive (eller mest negative) er *endringen* lik 0, dvs strømmen lik 0
  - Når spenningsforskjellen er 0, er *endringen* størst, dvs strømmen er størst
  - Vi sier at i_c <u>leder over</u> v_c med 90º (π/2)
  - Dermed ligger v_c <u>bak</u> i_c med 90º (π/2)



$$i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

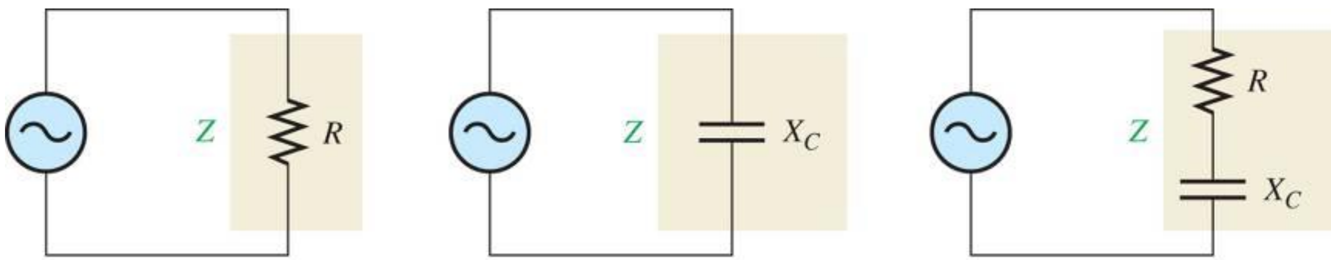
Sammenheng strøm-spenning i seriell RC-krets

- Spenningen V_R over motstanden R er i fase med strømmen I, og leder over V_s, dvs φ>0
- V_R og V_C har 90º fasedreining
- For å finne
  - fasedreiningen mellom V_S og V_C
  - fasedreining mellom V_S og I
- må vi beregne den samlede *frekvensavhengige* impedansen (gjennomgås på neste forelesning)
- KVL, KCL og Ohms lov gjelder fortsatt
  - Men vi må endre formlene fordi impedansen endrer seg med frekvensen



Total impedans i seriell RC-krets

- ***Z*** er den samlede impedansen mot vekselstrøm i en krets
- Impedansen har en frekvensuavhengig *resistiv* del ***R*** og en frekvensavhengig *reaktiv* del $\boldsymbol{X_C}$

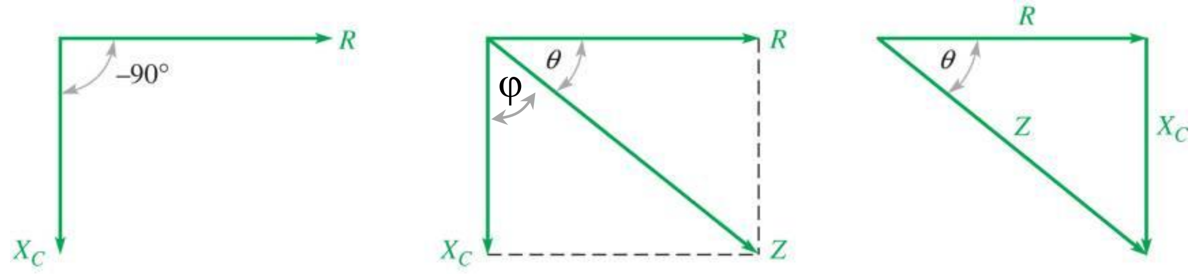


(a) $Z = R$ (b) $Z = X_C$ (c) Z includes both R and X_C

- Den resistive og reaktive delen har en fasedreining på -90º i forhold til hverandre

Total impedans i seriell RC-krets (forts)

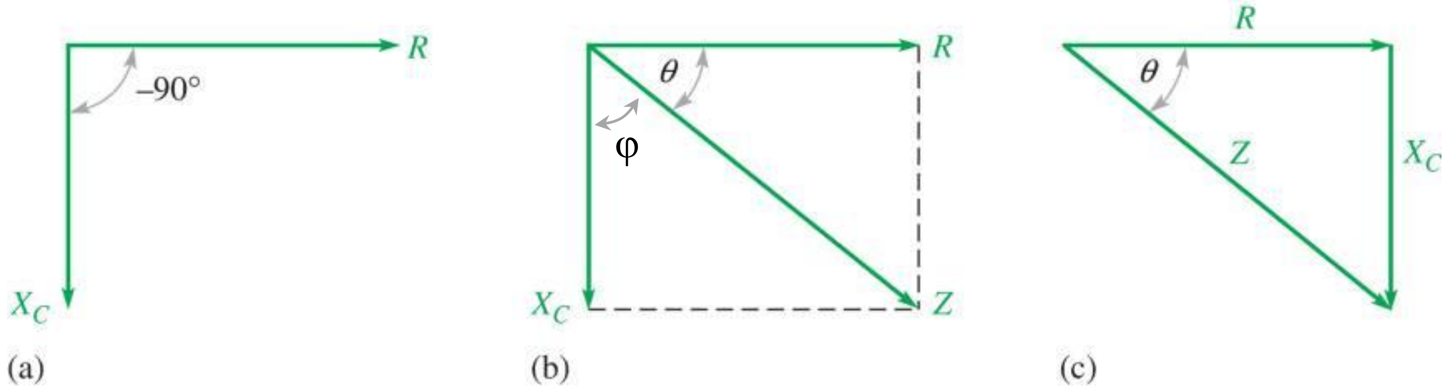
- Den totale impedansen er gitt av $\mathbf{Z=R+X_C}$ der **R** og $\mathbf{X_C}$ er vektorer («phasors»).
- ***Z*** finner man ved vektorsummasjon



(a) (b) (c)

- ***Z*** har en fasevinkel θ i forhold **R** og φ = 90°- θ i forhold til $\mathbf{X_c}$
- **|*Z*|** måles i Ohm (Ω)

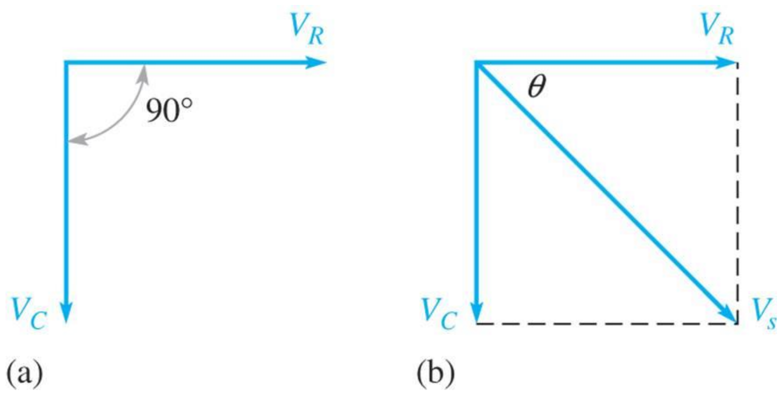
Total impedans i seriell RC-krets (forts)



- Lengden til ***Z*** (magnituden) finnes ved Pythagoras: $|\boldsymbol{Z}| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$
- Fasedreiningen θ mellom **R** og **Z** er gitt av $\theta = \tan^{-1}(\frac{X_C}{R})$
- Fasedreiningen φ mellom $\mathbf{X_c}$ og **Z** er gitt av $\varphi = 90^0 - \theta = 90^0 - \tan^{-1}(\frac{X_C}{R})$

Faseforskjell strøm - spenning

- I en seriell RC-krets er strømmen gjennom resistoren og kondensatoren den samme
- For å finne sammenhengen mellom $\boldsymbol{V_s}$, $\boldsymbol{V_R}$ og $\boldsymbol{V_C}$ bruker man KVL og vektoraddisjon (samme som for å finne $\boldsymbol{Z}$)

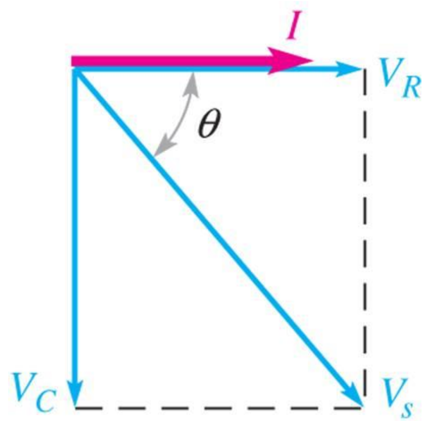


$$|\boldsymbol{V_S}| = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

Faseforskjell strøm - spenning (forts)

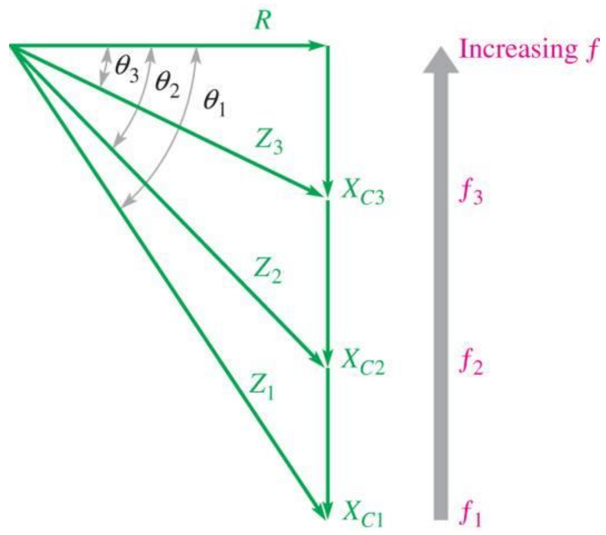
- Siden strømmen ***I*** og resistorspenning $\boldsymbol{V_R}$ er i fase, er fase-dreiningen mellom ***I*** og $\boldsymbol{V_S}$ lik fasedreiningen mellom $\boldsymbol{V_R}$ og $\boldsymbol{V_S}$



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

Impedans, fasedreining og frekvens

- Jo større kapasitiv reaktans X_c målt i forhold til R, desto større fasedreining mellom strøm og spenning
- Når frekvensen synker blir fasedreiningen mindre



$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

Kapasitiv reaktans

- En kondensator har en motstand mot elektrisk strøm som er avhengig av frekvensen til spenningen/strømmen

- Denne motstanden kalles *kapasitiv reaktans* X_c og er definert ved

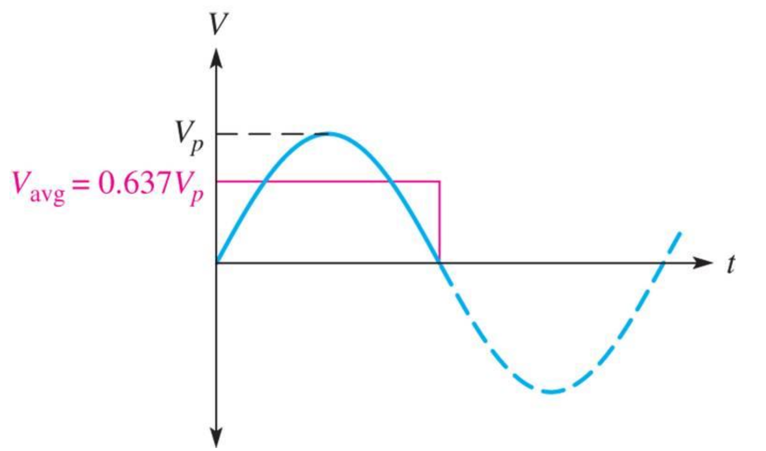
$$X_c = \frac{1}{2\pi f C}$$

- Jo større frekvens, desto mindre kapasitiv reaktans
- Jo større kapasitans, desto mindre kapasitiv reaktans

Oppgave

- Spm 1: Hva sier gjennomsnittverdien til et sinussignal?
- Spm 2: Over hvilket tidsintervall bør vi beregne gjennomsnittsverdien?
- Spm 3: Vis at gjennomsnittsspenningen er gitt av formelen

$$V_{avg} = \frac{2}{\pi} V_p \approx 0.637 * V_p$$



Oppgaver

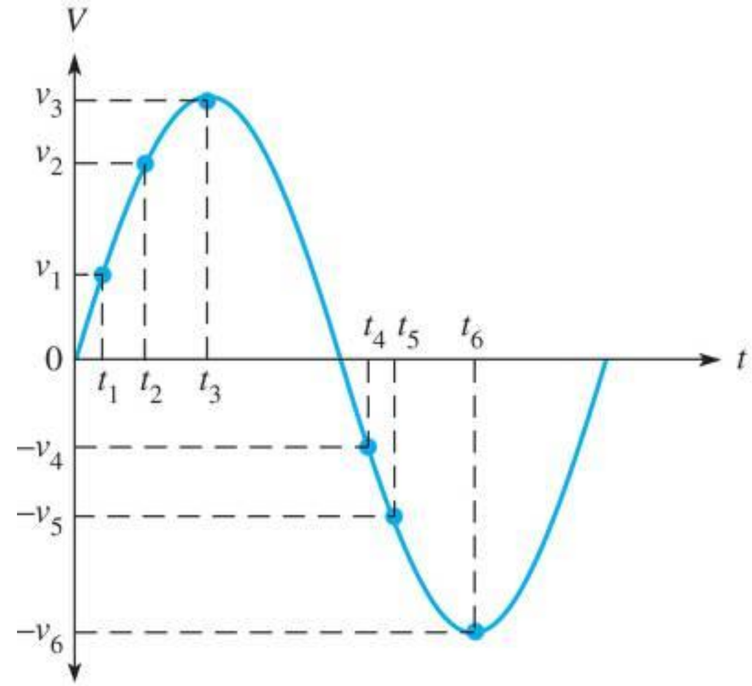
- **Spm 1**: Utled formelen for sammenhengen mellom strøm og spenning for en kondesator ved hjelp av formelen *Q=VC*
- **Spm 2**: Ta utgangspunkt i formelen for I-V sammenhengen for en kondensator og forklar
  - **Spm 2-1:** Hva er impedansen til en kondensator når det er en likespenning over kondensatoren?
    - **Spm 2-1-1:** Hva kan kondensatoren erstattes med i dette tilfellet?
  - **Spm 2-2:** Hva er impedansen når det er en vekselspenning med veldig høy frekvens?
    - **Spm 2-2-1:** Hva kan kondensatoren ersattes med i dette tilfellet?
- **Spm 3**: Hva skjer med impedansen til en kondensator når man dobler frekvensen til ac-spenningen over den? Når man reduserer frekvensen til halvparten?
- **Spm 4:** Finn den kapasitive reaktansen når *C=0,0047 µF* og *f=1 kHz*

Oppgave

- Spm 1: Hva er definisjonen av 1 radian?
- Spm 2: Hva måleenheten for radianer?
- Spm 3: Hvordan definerer vi vinkelhastighet og hva er måleenheten?
- Spm 4: Hva er et annet navn for vinkelhastighet?
- Spm 5: Hva er vinkelhastigheten til en sinusbølge med f=60Hz?
- Spm 6: Gitt en sinusbølge med vinkelfrekvens = 500 rad/s. Hva er frekvensen målt i Hertz og perioden målt i sekunder?

Oppgave

- Gitt sinussignalet til høyre
  - Spm 1: Hva er perioden hvis t_3=0,01s?
  - Spm 2: Hva er frekvensen hvis t_3=0,002s?
  - Spm 3: Hvordan finner vi amplituden til signalet?
  - Spm 4: Hva er gjennomsnittsverdien over en hel periode?
  - Spm 5: Vis grafisk når er endringen i signalet minst.
  - Spm 6: Begrunn matematisk når endringen i signalet størst.



(a)

Nøtt til neste gang

- Hva er dette?