

IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 6

Oppgave 6.1. La A være mengden $\{1, 2, 3, a, b\}$, og la følgende være relasjoner på A . For hver relasjon, avgjør hvilke av egenskapene refleksiv, irrefleksiv, transitiv, symmetrisk og anti-symmetrisk den har.

- (a) $R = \{\langle 1, a \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle a, 1 \rangle\}$
- (b) $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle\}$
- (c) $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, a \rangle, \langle a, 1 \rangle, \langle b, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
- (d) $R = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 3, a \rangle, \langle 1, a \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, b \rangle\}$

Oppgave 6.2. La $A = \{1, 3, 6, 7, 12, 15, 17\}$, og la R være en relasjon på A som er slik at $\{\langle x, y \rangle \in R \mid x/y \text{ er et naturlig tall større enn } 1\}$. Hvilke elementer er med i relasjonen R ? Hvilke egenskaper har R ? (Her betyr x/y tallet x delt på y .)

Oppgave 6.3. La $A = \{1, 2, 3\}$. For hver av deloppgavene under, finn en relasjon på A som har de angitte egenskapene. Oppgi relasjonen som en mengde av tupler.

- (a) refleksiv og symmetrisk
- (b) symmetrisk, anti-symmetrisk og transitiv
- (c) irrefleksiv, symmetrisk og transitiv
- (d) ikke-refleksiv, symmetrisk og ikke-transitiv

Oppgave 6.4. La \sim være relasjonen på mengder som er slik at $A \sim B$ når det er nøyaktig ett element i $A \setminus B$. Vi kan for enkelhets skyld anta at A og B er endelige mengder av naturlige tall. For eksempel har vi at $\{1, 2\} \sim \{1\}$, fordi det er nøyaktig ett element i $\{1, 2\} \setminus \{1\} = \{2\}$, og $\{0, 3, 6\} \sim \{0, 6\}$, fordi det er nøyaktig ett element i $\{0, 3, 6\} \setminus \{0, 6\} = \{3\}$. For hver av deloppgavene under, begrunn svaret ditt: Hvis ja, forklar hvorfor; hvis nei, forklar hvorfor ikke.

- (a) Er relasjonen \sim irrefleksiv?
- (b) Er relasjonen \sim transitiv?
- (c) Er relasjonen \sim symmetrisk?
- (d) Er relasjonen \sim anti-symmetrisk?

Hint: Her må du bruke definisjonene av begrepene irrefleksiv, transitiv, symmetrisk og anti-symmetrisk.