IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 9

Oppgave 9.1. La $U = \{a, b, c, d\}$, og la R være en relasjonen $\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, d\rangle\}$ på U.

(a) Hva er den refleksive tillukningen av R?
(b) Hva er den symmetriske tillukningen av R?
(c) Hva er den transitive tillukningen av R?
(d) Hva er den symmetriske og transitive tillukningen av R?

Oppgave 9.2. La $A = \{1, 2, 3\}$.

(a) Kan man ta den *irrefleksive* tillukningen av relasjonen $R = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle\}$ på A? Hvis ja, hva er den irrefleksive tillukningen? Hvis nei, forklar hvorfor ikke.
(b) Kan man ta den *irrefleksive* tillukningen av relasjonen $R = \{\langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ på A? Hvis ja, hva er den irrefleksive tillukningen? Hvis nei, forklar hvorfor ikke.

Oppgave 9.3. For hver av følgende induktive definisjoner, begynn med basismengden og konstruer de første ti elementene i mengden. (Her kan vi tolke «de første ti elementene» som de ti tallene nærmest null.)

(a) *Basismengde:* $\{0\}$. *Induksjonssteg:* Hvis x er med, så er $x - 1$ med.
(b) *Basismengde:* $\{1\}$. *Induksjonssteg:* Hvis x er med, så er $3 \cdot x$ med.
(c) *Basismengde:* $\{3\}$. *Induksjonssteg:* Hvis x er med, så er $3 \cdot x$ og $(3 \cdot x) + 1$ med.
(d) *Basismengde:* $\{0, 2\}$. *Induksjonssteg:* Hvis x er med, så er $x + 3$ med.

(Her er $+$, $-$ og $\cdot$ de vanlige aritmetiske operasjonene på tall: addisjon, subtraksjon og multiplikasjon.)

Oppgave 9.4. Finn induktive definisjoner for mengdene nedenfor. For eksempel kan mengden $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$ defineres induktivt som den minste mengden A som er slik at $0 \in A$ og hvis $x \in A$, så $x + 2 \in A$. Definér mengden slik at basismengden består av ett element for (a) og (b) og to elementer for (c) og (d).

(a) $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, \dots\}$
(b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
(c) $\{1, 2, 5, 7, 10, 12, 25, 27, \dots\}$
(d) $\{a, b, ab, bb, abb, bbb, abbb, bbbb, \dots\}$