IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 10

Oppgave 10.1. Regn ut de åtte første verdiene for hver av følgende funksjoner på $\mathbb{N}$. Definér funksjonene rekursivt. Funksjonen $f(n) = 2 \cdot n$ kan for eksempel defineres rekursivt ved at $f(0) = 0$ og $f(n+1) = f(n) + 2$.

(a) $f(n) = 8 \cdot n$
(b) $f(n) = 3 \cdot n + 1$
(c) $f(n) = 369$
(d) $f(n) = 6 \cdot n + 3$
(e) $f(n) = n^2$
(f) $f(n) = n^2 + 1$

Oppgave 10.2. La alfabetet $A = \{\texttt{t}, \texttt{a}, \texttt{o}\}$. La funksjonen $\mathcal{T}$ fra A^* til heltallene være definert rekursivt ved:

$$\mathcal{T}(\Lambda) = 0$$

$$\mathcal{T}(s\texttt{t}) = \mathcal{T}(s) + 1, \qquad \mathcal{T}(s\texttt{a}) = \mathcal{T}(s) \qquad \text{og} \qquad \mathcal{T}(s\texttt{o}) = \mathcal{T}(s) - 1$$

der $s \in A^*$.

(a) Regn ut $\mathcal{T}(\texttt{t})$, $\mathcal{T}(\texttt{tatt})$, $\mathcal{T}(\texttt{tao})$ og $\mathcal{T}(\texttt{ottato})$
(b) Forklar kort med egne ord hva $\mathcal{T}$ gjør.

Oppgave 10.3. Vi definerer funksjonen b på mengden av bitstrenger (slik denne mengden er definert i Logiske metoder) slik at den bytter enhver forekomst av $\texttt{0}$ med $\texttt{1}$ og vice versa. For eksempel har vi at $b(\texttt{0}) = \texttt{1}$, $b(\texttt{110}) = \texttt{001}$ og $b(\texttt{1011100}) = \texttt{0100011}$. Gi en rekursiv definisjon av funksjonen b.

Oppgave 10.4. Gi en rekursiv definisjon av funksjonen $\mathcal{W}$ fra utsagnslogiske formler til naturlige tall, slik at $\mathcal{W}$ teller antall forekomster av konnektivet $\land$. Her er noen eksempler:

$$\mathcal{W}\big((P \land Q)\big) = 1 \qquad \mathcal{W}\big(((P \to Q) \lor R)\big) = 0 \qquad \mathcal{W}\big((P \land (Q \land P))\big) = 2$$