IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 13

Oppgave 13.1. La en signatur være $\langle a, b ; f, g ; P, R, Q \rangle$, der ariteten til f og P er én, ariteten til g og R er to, og ariteten til Q er null. Avgjør om følgende uttrykk er førsteordens *termer* eller ikke, ved å følge definisjonen av termer til punkt og prikke, det vil si med alle parenteser og kommaer på plass. Du trenger ikke å begrunne svaret ditt.

(a) $h(a)$
(b) $P(x)$
(c) (a)
(d) $f(f(g(a, f(a))))$
(e) $f(a, b)$
(f) $g(x, a)$
(g) a
(h) $g(g(g(a, b), b), b)$
(i) $g(f(a), y)$
(j) Q
(k) $\forall x f(x)$
(l) $f(x$

Oppgave 13.2. La signaturen være den samme som i forrige oppgave. Avgjør om følgende utrykk er førsteordens *formler* eller ikke, ved å følge definisjonen av formler til punkt og prikke, det vil si med alle parenteser og kommaer på plass. Du trenger ikke å begrunne svaret ditt.

(a) $P(x)\forall x R(x, b)$
(b) $R(f(a), x)$
(c) $\exists x \forall y (R(x, y) \land P(a))$
(d) $((P \to Q) \land (Q \to P))$
(e) $\forall x$
(f) $g(x, a)$
(g) $\neg x \exists y (P(a) \to R(x, y))$
(h) $(P(a))$
(i) $\forall x \to (P(x) \lor R(x, a))$
(j) Q
(k) $P(a)$
(l) $(\neg(\neg(\neg(Pa))))$
(m) $g(f(a), y)$
(n) $(P(b) \to \forall x R(x, a))$
(o) $\forall x P(y)$
(p) $(P(a) \land Q)$

Oppgave 13.3. Formlene under har ingen parenteser, men på grunn av presedensreglene kan vi tolke dem presist. Sett alle parenteser og kommaer på rett plass slik at formlene og termene er korrekte. Alle formlene og termene skal være i tråd med de induktivt definerte mengdene av førsteordens formler og termer. Ingenting annet skal endres, og betydning ikke forandres.

(a) $Rxy \to Pa \land \neg \forall x Px$
(b) $\exists x \forall y \neg Px \lor Rxy$

Oppgave 13.4. Vi har lov til å droppe parenteser når vi skriver termer, men det må i så fall være helt entydig hva termene betyr. For eksempel skriver vi ofte hha i stedet for $h(h(a))$. Det er nokså uproblematisk, særlig om vi på forhånd vet hva ariteten til alle symbolene er. Men, se på følgende term med fire symboler. Den kan tolkes på tre forskjellige forskjellige måter, avhengig av *ariteten* til de ulike symbolene. Forklar og finn de tre måtene å tolke termen på.

$$\mathsf{free}$$