

IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 14

Oppgave 14.1. Anta a , b og c er konstantsymboler som tolkes som Arne, Bjarne og Carl. Anta vi har relasjonssymbolene P , U , S og F der Px tolkes som x er populær, Ux tolkes som x er usikker, Sxy tolkes som x er sjalu på y og Fxy tolkes som x er forelsket i y . Finn førsteordens formler som representerer følgende utsagn:

- (a) Bjarne er usikker.
- (b) Carl er sjalu på noen.
- (c) Carl er forelsket i Arne, men ikke i Bjarne.
- (d) Alle er forelsket i noen.
- (e) Arne er sjalu på noen som både er usikker og populær.
- (f) Ingen er forelsket i Carl.
- (g) Arne er sjalu på alle, men Bjarne er ikke det.
- (h) De som er forelsket i seg selv er populære, men usikre.
- (i) (Ekstraoppgave:) Alle er sjalu på de som er forelsket i noen som de selv er forelsket i.

Oppgave 14.2. Anta at konstantsymbolene a , b og c tolkes som Astrid, Bodil og Camilla. Anta at K , O , S og F er relasjonssymboler slik at Kx tolkes som x har et stort kontor, Ox tolkes som x jobber overtid, Sxy tolkes som x er sjefen til y og Fxy tolkes som x er flinkere enn y . Finn gode og naturlige norske setninger for følgende førsteordens formler.

- (a) $(Kb \wedge \neg Oa)$
- (b) $\forall x O_x$
- (c) $\exists x (O_x \wedge S_x c)$
- (d) $\forall x (F_b x \rightarrow \neg K_x)$
- (e) $\forall x \exists y F_y x$
- (f) $(\forall x S_c x \wedge \exists y K_y)$
- (g) $\exists x \forall y (O_y \rightarrow F_x y)$
- (h) $\forall x \forall y (S_x y \rightarrow \exists z S_z x)$

Oppgave 14.3. Avgjør om følgende formler er lukkede eller ikke. Hvis de ikke er det, oppgi de frie variablene. Kun a og b er konstantsymboler.

- (a) $\forall x (P_x \wedge \neg P_x)$
- (b) $\forall x P_a$
- (c) $\exists x \exists y P_x \vee P_y$
- (d) $\forall x \exists y (R_{xy} \rightarrow \neg \exists z R_{yz})$
- (e) $\forall x (P_y \wedge \neg P_x)$
- (f) $(\forall x P_x \wedge Q_x)$
- (g) $P_a \rightarrow P_x$
- (h) $\forall x \forall y \forall z (R_{xy} \rightarrow R_{yz})$

Oppgave 14.4. La F_x bety at « x er en forsker». Kan vi uttrykke følgende påstander med førsteordens formler, hvor vi kun har lov til å bruke F , og eventuelt $=$, som relasjonssymboler? Hvis ja, finn passende førsteordens formler; hvis nei, forklar hvorfor ikke.

- (a) Det finnes to personer som er forskere.
- (b) Det finnes nøyaktig én forsker.