

IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 19

Oppgave 19.1.

- (a) Åge Rant har ni sjongleringsballer som alle har forskjellige farger. Han har fire forskjellige skuffer å legge ballene i. På hvor mange forskjellige måter kan han legge ballene i skuffene? Vi er her kun opptatt av hvilke baller som havner i hvilke skuffer.
- (b) Han velger å kjøpe ni nye sjongleringsballer som alle er hvite, og det er umulig å se forskjell på dem. På hvor mange forskjellige måter kan han legge de nye ballene i de fire skuffene sine? Vi er her altså kun opptatt av hvor mange baller som havner i hver skuff.

Oppgave 19.2. La T være mengden $\{1, 2, 3, 4\}$.

- (a) Hvor mange delmengder av T med nøyaktig ett element finnes det? Hvor mange delmengder av T med nøyaktig to elementer finnes det?
- (b) Hvor mange delmengder av T finnes det med nøyaktig tre og fire elementer, henholdsvis? Hvor mange delmengder av T finnes det totalt?
- (c) Forklar hvorfor vi generelt har at

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n}.$$

Hint: Forsøk først å se hvorfor det er slik når $n = 4$ eller $n = 3$.

Oppgave 19.3. Anta mengden S har n elementer, og at $|S| = |T|$. Hvor mange funksjoner $f : S \rightarrow T$ finnes det slik at f har en invers? Forklar hvorfor.

Oppgave 19.4. Tulleland har et romskip som skal reise til Mars med 101 passasjerer. Disse passasjerene skal fordeles på romskipets tre unike kabiner. Hver kabin må ha mellom én og femti passasjerer. På hvor mange måter kan passasjerene fordeles i de tre kabinene?

Noen kommentarer: Vi ser altså ikke forskjell på passasjerene her; vi er kun interessert i antallet passasjerer i hver av de tre kabinene. Det kan for eksempel være 50 passasjerer i den første kabinen, 40 passasjerer i den andre kabinen, og 11 passasjerer i den tredje kabinen. En annen måte er at det er 11 passasjerer i den første kabinen, 40 passasjerer i den andre kabinen, og 50 passasjerer i den tredje kabinen.

Hint: Hvor mange fordelinger finnes med 50 passasjerer i den første kabinen? Hvor mange fordelinger finnes med 49 passasjerer i den første kabinen?