

IN1150 – Logiske metoder / høsten 2021 / oppgaver til kapittel 24

Oppgave 24.1.

- (a) Gi et bevis for formelen $P \rightarrow (\neg Q \rightarrow (\neg Q \wedge P))$ i naturlig deduksjon.
- (b) Gi en utledning av formelen $\neg\neg P \wedge \neg Q$ i naturlig deduksjon slik at $\neg Q \wedge P$ er den eneste åpne antakelsen i utledningen.

Oppgave 24.2.

- (a) Gi en utledning av formelen $\neg(P \wedge (Q \rightarrow R))$ i naturlig deduksjon slik at $\neg P$ er den eneste åpne antakelsen.
- (b) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $P \rightarrow Q$ er en logisk konsekvens av formelen $\neg P \vee (P \rightarrow Q)$.

Oppgave 24.3.

- (a) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee \neg\neg Q)$ er en tautologi.
- (b) Finn en utledning i naturlig deduksjon som har følgende egenskaper:
 - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge E$.
 - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge I$.
 - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\rightarrow I$.
 - Utledningen har nøyaktig én åpen antakelse.
 - Utledningen har nøyaktig én lukket antakelse.

Det vil si, du skal finne én utledning som har alle disse egenskapene samtidig. Hint: Utledning trenger ikke å være så stor.

Oppgave 24.4.

- (a) Gi en utledning av formelen $P \rightarrow (Q \vee R)$ i naturlig deduksjon slik at $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R)$ er den eneste åpne antakelsen.
- (b) Gi et bevis for formelen $\neg\neg\neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$ i naturlig deduksjon.