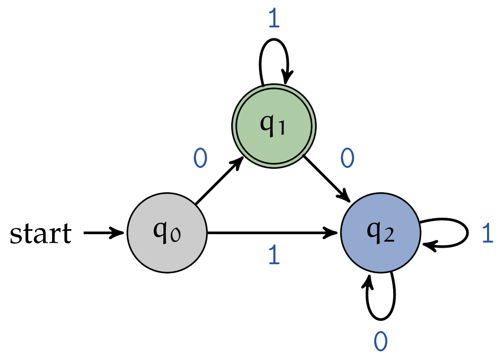
IN1150 – Logiske metoder: Innleveringsoppgave 12
Frist: Fredag 23. april 2021, kl. 23.59

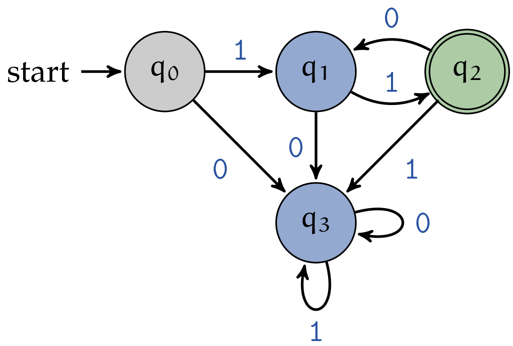
Oppgaver til kapittel 23

Oppgave 1. For hver av de deterministiske, endelige tilstandsmaskinene nedenfor, finn regulære uttrykk som beskriver det samme som tilstandsmaskinene. Legg merke til at (a) og (b) er deterministiske og (c) og (d) er ikke-deterministiske.

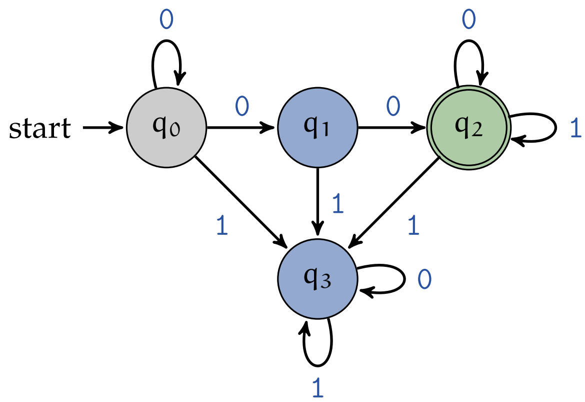
(a)



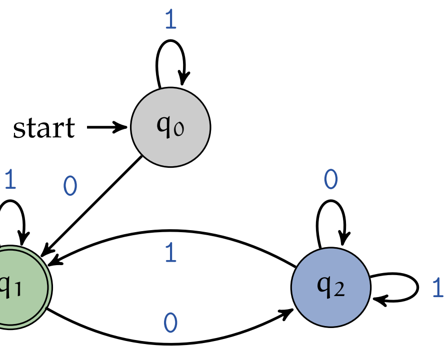
(b)



(c)

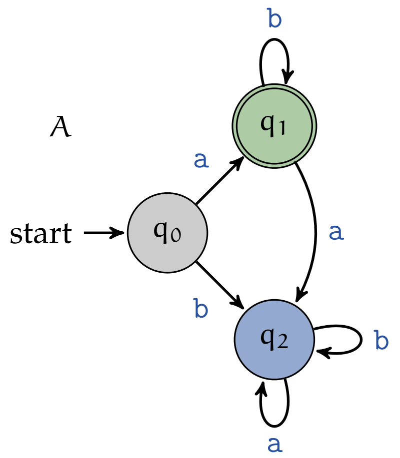


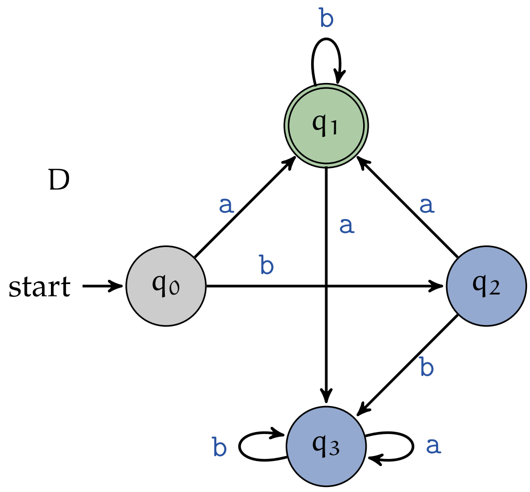
(d)



Oppgave 2.

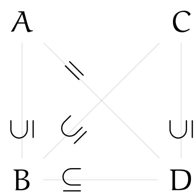
Følgende endelige tilstandmaskiner beskriver to regulære språk, A og D, over alfabetet $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$.





I tillegg lar vi B være språket som beskrives av det regulære uttrykket $\mathtt{a(b|a)^*}$ og C være språket $\{\mathtt{a}, \mathtt{ab}, \mathtt{abb}, \mathtt{abbb}, \mathtt{abbbb}, \dots\}$.

Finn ut hvilke av språkene A, B, C og D som er delmengder av hverandre. For å gjøre det enklere å lese, skriv de fire språkene i et kvadrat og skriv inn $\subseteq$ eller $=$ eller ingenting mellom hvert par av mengder på følgende måte. (Dette er ikke fasiten.)



Oppgave 3.

Se på følgende formelle grammatikk over alfabetet $\{a, b\}$. Startsymbolet er som vanlig S.

$$S \to \texttt{a}S\texttt{a} \mid \texttt{b}S\texttt{b} \mid T \mid \Lambda$$
$$T \to \texttt{a} \mid \texttt{b}$$

(a) Gi en utledning av strengen `abbba`. Vis hvert ledd i utledningen.

(b) Beskriv språket som denne grammatikken definerer.

Oppgave 4. For hver av de to følgende formelle grammatikkene, finn et regulært uttrykk som beskriver det samme språket som den formelle grammatikken. Alfabetet er her $\{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}, \texttt{d}, \texttt{e}\}$. Startsymbolet er som vanlig S.

(a)

$$S \to \texttt{aa}T$$
$$T \to U \mid \texttt{b}T$$
$$U \to \texttt{a} \mid \texttt{c}$$

(b)

$$S \to \texttt{c}XY$$
$$X \to \texttt{d}X \mid \texttt{d}$$
$$Y \to \texttt{b}Y \mid \Lambda$$

For hvert av de følgende regulære uttrykkene, finn regulære grammatikker som beskriver det samme språket som det regulære uttrykket. Bruk startsymbolet S.

(c) `(e|c|e)(a|b)*`

(d) `((a|b)*)*c`

Oppgaver til kapittel 24

Oppgave 5.

(a) Gi et bevis for formelen $P \to (\neg Q \to (\neg Q \wedge P))$ i naturlig deduksjon.
(b) Gi en utledning av formelen $\neg\neg P \wedge \neg Q$ i naturlig deduksjon slik at $\neg Q \wedge P$ er den eneste åpne antakelsen i utledningen.

Oppgave 6.

(a) Gi en utledning av formelen $\neg(P \wedge (Q \to R))$ i naturlig deduksjon slik at $\neg P$ er den eneste åpne antakelsen.
(b) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $P \to Q$ er en logisk konsekvens av formlen $\neg P \vee (P \to Q)$.

Oppgave 7.

(a) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $(P \wedge Q) \to (\neg P \vee \neg\neg Q)$ er en tautologi.
(b) Finn en utledning i naturlig deduksjon som har følgende egenskaper:
   - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge$E.
   - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge$I.
   - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\to$I.
   - Utledningen har nøyaktig én åpen antakelse.
   - Utledningen har nøyaktig én lukket antakelse.

   Det vil si, du skal finne én utledning som har alle disse egenskapene samtidig. Hint: Utledning trenger ikke å være så stor.

Oppgave 8.

(a) Gi en utledning av formelen $P \to (Q \vee R)$ i naturlig deduksjon slik at $(P \to Q) \vee (P \to R)$ er den eneste åpne antakelsen.
(b) Gi et bevis for formelen $\neg\neg\neg(P \wedge Q) \to \neg(P \wedge Q)$ i naturlig deduksjon.