IN1150 – Logiske metoder: **Innleveringsoppgave 3**
Frist: Fredag 5. februar 2021, kl. 23.59

Oppgaver til kapittel 5

Oppgave 1. Er følgende påstander sanne eller usanne? Hvis påstanden er usann, så gi et moteksempel. Hvis påstanden er sann, gi et argument som beviser at den er sann.

(a) Alle oddetall større enn 51 er primtall.
(b) Alle formler F slik at $\neg F$ er en kontradiksjon, er gyldig.
(c) Alle tautologier har minst to konnektiver.
(d) Alle formler F som er slik at både F og $\neg F$ er oppfyllbare, er kontradiksjoner.

Oppgave 2. Når vi tolker påstanden F *er sann*, må vi kjenne til konteksten for å gjøre det på riktig måte. Her er noen mulige presiseringer formulert som påstander om F. Finn ut og forklar hvilke som er logiske konsekvenser av hvilke.

(a) Det finnes en valuasjon som gjør formelen F sann.
(b) Valuasjonen v gjør formelen F sann.
(c) Alle valuasjoner gjør formelen F sann.
(d) Det finnes ingen valuasjon som gjør formelen F usann.

Oppgave 3. Se på følgende resonnement, som har to premisser, (i) og (ii), og én konklusjon, (iii), og avgjør om det er et gyldig resonnement eller ikke. Hvis det er gyldig, forklar hvorfor; hvis ikke, gi et moteksempel som viser at det ikke er gyldig. Henvis til definisjonene når du forklarer.

(*i*) *Alle valuasjoner gjør formelen* $(F \rightarrow G)$ *sann.*
(*ii*) *Alle valuasjoner gjør formelen* G *sann.*
(*iii*) *Da må alle valuasjoner gjøre* F *sann.*

Oppgave 4. Gi et motsigelsesbevis for at $(P \rightarrow (Q \rightarrow P))$ er en tautologi.

Oppgaver til kapittel 6

Oppgave 5. La A være mengden $\{1, 2, 3, a, b\}$, og la følgende være relasjoner på A. For hver relasjon, avgjør hvilke av egenskapene refleksiv, irrefleksiv, transitiv, symmetrisk og anti-symmetrisk den har.

(a) $R = \{\langle 1, a\rangle, \langle 1, 1\rangle, \langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle a, 1\rangle\}$
(b) $R = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
(c) $R = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, a\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle b, b\rangle, \langle a, a\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$
(d) $R = \{\langle 1, 3\rangle, \langle 3, a\rangle, \langle 1, a\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, b\rangle\}$

Oppgave 6. La $A = \{1, 3, 6, 7, 12, 15, 17\}$, og la R være en relasjon på A som er slik at $\{\langle x, y\rangle \in R \mid x/y$ er et naturlig tall større enn $1\}$. Hvilke elementer er med i relasjonen R? Hvilke egenskaper har R? (Her betyr x/y tallet x *delt på* y.)

Oppgave 7. La $A = \{1, 2, 3\}$. For hver av deloppgavene, oppgi en relasjon R på A som har de angitte egenskapene:

(a) refleksiv og symmetrisk
(b) symmetrisk, anti-symmetrisk og transitiv
(c) irrefleksiv, symmetrisk og transitiv
(d) ikke-refleksiv, symmetrisk og ikke-transitiv

Oppgave 8. La $\sim$ være en relasjon på mengder som er slik at $A \sim B$ når det er nøyaktig ett element i $A \setminus B$. Vi kan for enkelhets skyld anta at A og B er endelige mengder av naturlige tall. For hver av deloppgavene under, begrunn svaret ditt: Hvis ja, forklar hvorfor; hvis nei, forklar hvorfor ikke.

(a) Er relasjonen $\sim$ irrefleksiv?
(b) Er relasjonen $\sim$ transitiv?
(c) Er relasjonen $\sim$ symmetrisk?
(d) Er relasjonen $\sim$ anti-symmetrisk?