UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	INF2220 — Algoritmer og datastrukturer
Eksamensdag:	14. desember 2015
Tid for eksamen:	14.30 – 18.30
Oppgavesettet er på 6 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Alle trykte eller skrevne

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Innhold

Generelle **råd**:

- Skriv **leselig** (uleselige svar er alltid feil . . .)
- Husk å **begrunne** svar og hold kommentarene dine korte og presise.
- Hvis du bruker kjente datastrukturer som (list, set, map, binær-tre) trenger du ikke forklare hvordan de fungerer. Generelt: hvis du bruker abstrakte datatyper fra biblioteket kan du bruke disse uten å forklare hva de gjør.
- Hvis du skriver pseudokode, må den være detaljert. Det må komme klart fram hvilken datastruktur du bruker, hva initialiseringen består av og hva hovedløkkene gjør.
- Du skal bruke Java.
- **Vekten** til en oppgave indikerer vanskelighetsgraden og tidsbruken du bør bruke på den oppgaven. Dette kan være greit å benytte for å disponere tiden best mulig.

Lykke til!
Ingrid Chieh Yu, Dino Karabeg og Arne Maus

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 1 Tidskompleksitet (vekt 10%)

Hva er worst case-tidskompleksiteten til følgende kodesegmenter:

1a For-løkker (vekt 4%)

```
int x = 0;
for (int i = 0; i < n; i++){
    for (j = 0; j < i*i; j++){
        x = x + j;
    }
}
```

1b Rekursjon (vekt 3%)

```
int proc (int n) {
   int x = 1;
   if (n > 1) {
      x = proc(n-1) + proc(n+1);
   }
   return x;
}
```

1c Rekursjon (vekt 3%)

```
int proc(int n){
    int x = 1;
    if(n > 1){
        x = proc(n-1) + proc(n-1);
    }
    return x;
}
```

Oppgave 2 Trær (vekt 20%)

Til oppgavene under kan vi anta at treet består av noder av en nodeklasse som den under:

```
class Node{
   int value;
   Node left, right;
}
```

(Fortsettes på side 3.)

2a Minste element i et binærtre (vekt 3%)

Skriv en rekursiv metode for å finne det minste elementet i et binærtre uten søkeegenskaper (ikke et binært søketre).
Metoden skal ha signaturen `int min(Node n)`.

2b Antall noder i et binærtre (vekt 3%)

Skriv en rekursiv metode for å telle antall noder i et binærtre.
Metoden skal ha signaturen `int count(Node n)`.

2c Median (vekt 10%)

Bruk metodene fra oppgave 2a og 2b til å lage en metode som finner medianen av dataene lagret i treet (medianen av en mengde tall er det tallet som det finnes like mange elementer som er større enn som det finnes elementer som er mindre enn). Lag gjerne hjelpemetoder.

2d Tidskompleksitet (vekt 4%)

Hva er tidskompleksitet til løsningen din i oppgave 2c? Begrunn svaret ditt.

Oppgave 3 Julebord (vekt 30%)

I denne oppgaven skal du planlegge sitteplassordningen for et julebord. Du har en liste V over gjestene av type Person:

```
class Person{
 int id;

 ...

}
```

3a Bordplassering (vekt 15%)

Tenk deg at du også har fått en oppslagstabell T der $T[u.id]$ for $u \in V$ gir en liste over gjestene (av typen Person) som u kjenner. Hvis u kjenner v så kjenner v også u. Du er pålagt å ordne sitteplasser slik at enhver gjest ved et bord kjenner alle andre gjester som sitter på det samme bordet, enten direkte eller gjennom noen andre gjester som sitter på det samme bordet. For eksempel, hvis x kjenner y og y kjenner z, da kan x, y og z sitte ved det samme bordet.

1. Dersom du må representere dette som et graf-problem, hva slags graf vil dette være? Og hva representerer noder og kanter i grafen?

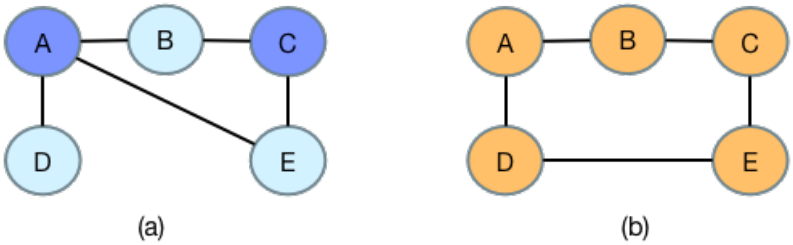
2. Implementer en effektiv graf-algoritme som, gitt V og T som input, returnerer det minste antall bord som er nødvendig for å oppnå dette kravet.

(Fortsettes på side 4.)

3. Hva er kjøretiden til algoritmen din? Begrunn kort.

3b Uvenner (vekt 15%)

Anta nå at det kun er 2 bord, og du får en annen tabell S der $S[u.id]$ for $u \in V$ gir en liste over gjestene som er på dårlige vilkår med u. Hvis v er uvenner med u, er u også uvenner med v. Målet ditt er nå å ordne sitteplasseringen slik at ingen gjester som sitter på samme bord er uvenner med hverandre. (I denne oppgaven skal vi ikke ta hensyn til om gjestene kjenner hverandre)
Figur 1 viser to grafer der gjester er representert som noder og en kant mellom to noder betyr at disse gjestene er uvenner med hverandre. For grafen **(a)** ser vi at det er mulig å ha A og C på et bord og B, D og E på et annet bord, mens for **(b)** ser vi at dette er umulig.



Figur 1

Implementer en effektiv algoritme som gitt listene V og S som input returnerer *true* hvis du kan plassere alle gjestene på to bord, ellers returnere *false*.

Oppgave 4 Spenntre (vekt 10%)

La $G = (V, E)$ være en sammenhengede, urettet graf og la T være et minimalt spenntre av G. Anta nå at vi endrer vekten til kanten $e = (u, v)$ i G.

1. Forklar hvilke endringer av e som vil gjøre at T ikke lenger er et minimal spenntre av G. (NB. e er ikke nødvendigvis en kant i T).

2. Forklar en effektiv algoritme som ved minimale endringer på T gjør at T blir et minimalt spenntre igjen. Algoritmen kan ikke endre på vektene i grafen.

Oppgave 5 Good Suffix Shift (vekt 5%)

Beregn good suffix shift til nålen:

sissossiss

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 6 Sortering (vekt 15%)

I denne oppgaven skal du gjøre endringer og forbedringer av quicksort og begrunne de endringene du gjør. I forelesningene 5. november ble følgende alternative kode for quicksort vist fram (metoden 'bytt' er triviell, endres ikke, og derfor ikke gitt her):
Her er koden fra 5. november (du kan anta at high > low):

```
void sekvQuick(int[] a, int low, int high) {
   // bare sorter arraysegments > 1
   int ind = (low+high)/2,
   piv = a[ind];
   int større=low+1, // hvor lagre neste 'større enn piv'
       mindre=low+1;   // hvor lagre neste 'mindre enn piv'

   bytt (a,ind,low);   // flytt 'piv' til a[lav] , sortér resten

   while (større <= high) {
          // test om vi har et 'mindre enn piv' element
          if (a[større] < piv) {
               // bytt om a[større] og a[mindre], få en liten ned
               bytt(a,større,mindre);
               ++mindre;
          } // end if - fant mindre enn 'piv'
          ++større;
   } // end gå gjennom a[low+1..high]

   bytt(a,low,mindre-1);  // Plassert 'piv' mellom store og små

   if (mindre-low > 2) sekvQuick (a, low,mindre-2); // sortér alle < piv
                                                    //  (untatt piv)
   if (high-mindre > 0) sekvQuick (a, mindre, high); // sortér alle >= piv
} // end sekvensiell Quick
```

Av og til må man sortere store mengder av data med få mulige verdier. F.eks hvis du skal sortere alle innbyggere i Norge (5,2 mill personer) på alder (0-115 år) blir det mange like verdier ('dubletter') - om lag 60 000 personer med samme alder i de fleste årene. Lag tillegg/endringer til koden ovenfor slik at vi i størst mulig grad ikke sorterer videre på elementer som er lik 'piv'. Du skal ikke her ha en 100% løsning, bare en løsning som ganske raskt vil løse dette problemet, og som i alle fall ikke sorterer videre hvis alle elementene har samme verdi som 'piv' i det området vi nå sorterer. Du skal skrive *hele* koden slik den nå ser ut med endringene du gjør på dette punktet. Begrunn også på noen få linjer hvordan dette nå løser på en bra måte problemet med å sortere mange like verdier.

Oppgave 7 Diverse Oppgaver (vekt 10%)

For hver av påstandene under: svar på hvorvidt den er sann eller usann og gi en kort begrunnelse (maks 3 setninger) på svaret ditt. Hvert spørsmål teller 2%.

1. Søking i binære søketrær utføres i verste fall på logaritmisk tid.

(Fortsettes på side 6.)

2. Utvidbar hashing brukes når vi ikke vet størrelsen på datamengden.
3. Klassen NP-komplett inneholder noen uløselige problemer.
4. Noen uløselige problemer kan løses i polynomisk tid gjennomsnittlig (average-case).
5. Det er ikke mulig å bevise at en algoritme er en tidsoptimal (så effektiv som mulig) løsning på et problem.