

# Sterkt sammenhengende komponenter

IN2010 – Algoritmer og Datastrukturer

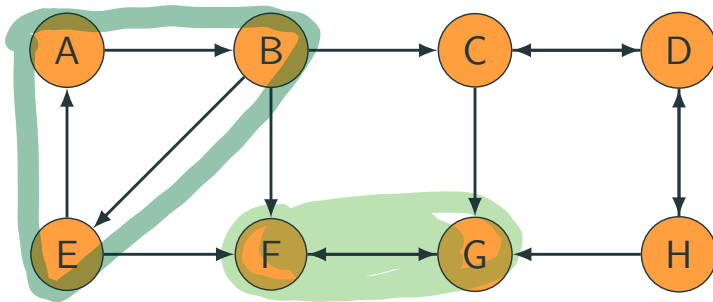
---

Uke 41, 2020

Institutt for Informatikk

# Sterkt sammenhengende grafer

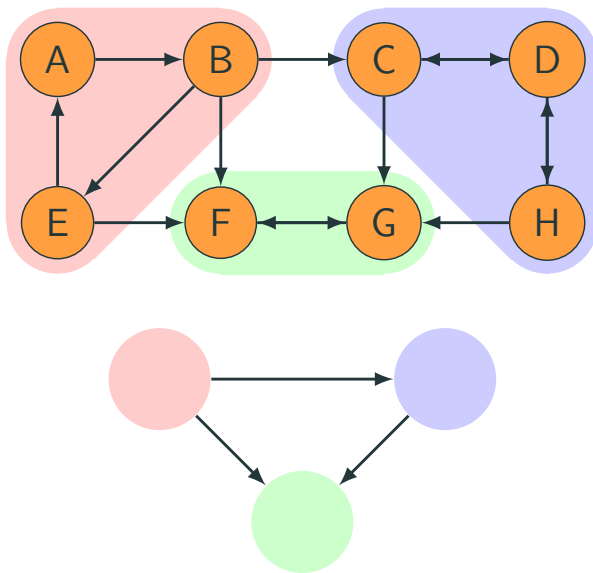
En rettet graf er sterkt sammenhengende hvis det finnes en sti mellom alle par av noder.



Vi krever at de sterkt sammenhengende komponentene er *maksimale*. Det vil si at komponenten ikke forblir sterkt sammenhengende hvis vi tar med enda en node eller kant.

# Sterkt sammenhengende komponenter

Vi kan også lage en graf der de sterkt sammenhengende komponentene er noder, med kanter mellom komponenter som kan nå hverandre. En slik graf vil være en rettet asyklisk graf (DAG).

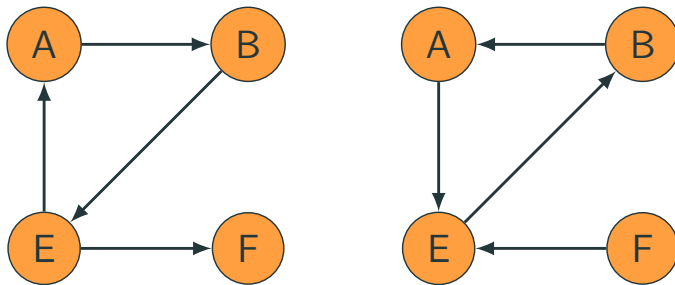


# Sterkt sammenhengende komponenter

For å finne de sterkt sammenhengende komponentene til  $G$  skal vi igjen bruke *DFS*.

**Ide:**

- sterkt sammenhengende komponentene til  $G$  forblir uendret hvis vi reverserer alle kantene.



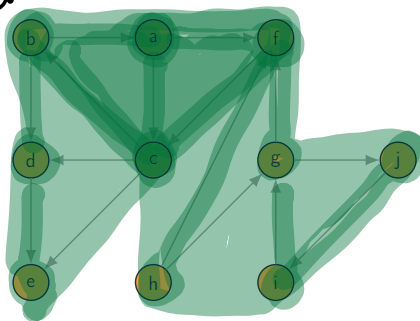
# Sterkt sammenhengende komponenter

For å finne de sterkt sammenhengende komponentene til  $G$  skal vi igjen bruke *DFS*.

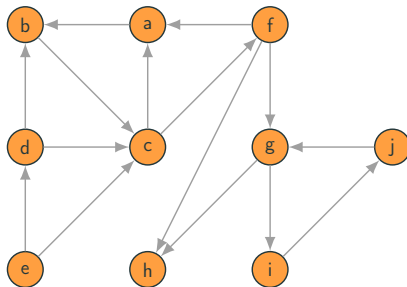
Ide:

- sterkt sammenhengende komponentene til  $G$  forblir uendret hvis vi reverserer alle kantene.

$G$



$G_r$



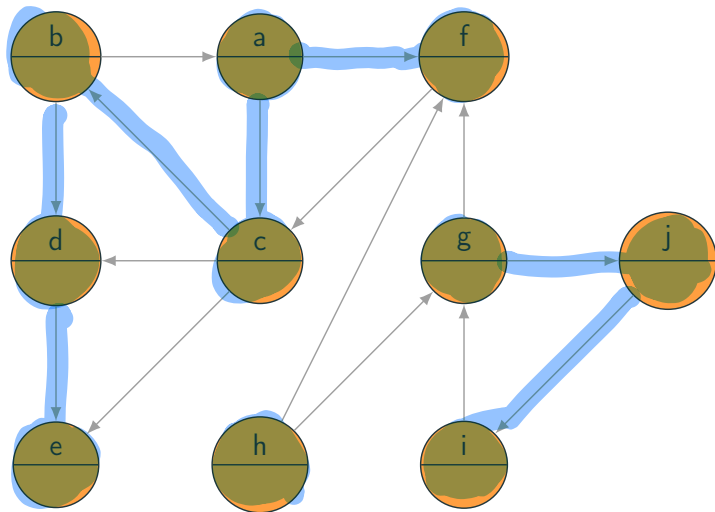
## Sterkt sammenhengende komponenter

For å finne de sterkt sammenhengende komponentene til  $G$  skal vi igjen bruke *DFS*.

**Ide:**

- sterkt sammenhengende komponentene til  $G$  forblir uendret hvis vi reverserer alle kantene.
- vi kjører to DFS: en på  $G$  og en på  $G_r$  (samme graf med reverserte kanter)
- i første DFS pusher vi noder på en stack når de er ferdig behandlet
- andre DFS begynner på toppen av stacken

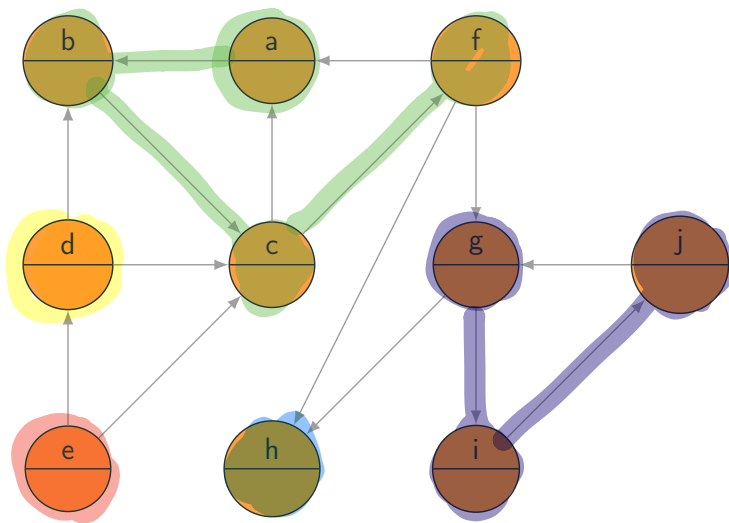
# Sterkt sammenhengende komponenter: Eksempel



Vi skal nå finne de sterkt sammenhengende komponentene til  $G$ . Først traverserer vi nodene ved hjelp av  $DFS$  (her i alfabetisk rekkefølge).

Stack  
j  
g  
i  
a  
c  
b

## Sterkt sammenhengende komponenter: Eksempel



Vi har reversert retningen til alle kantene i  $G$ . Nå popper vi nodene en og en fra stacken og kjører DFS.

Stack



## Sterkt sammenhengende komponenter

1. kjør DFS på grafen, push hver node på en stack når den er ferdig behandlet i traverseringen
2. kjør DFS på den reverserte grafen, hvor man begynner med noden på toppen av stacken.

Kjøretiden er (som vanlig) avhengig av implementasjonen av grafen. Siden den skal "reverseres" egner seg nabo-matriser, siden reversering er konstant tid. (via *transponering*, eller speiling langs diagonalen)

Kant fra  $i$  til  $j$  i  $G$ :  $A[i][j]$ .

Kant fra  $j$  til  $i$  i  $G_r$ :  $A[i][j]$ .

Hvis reversering er konstant tid, er dette to ganger DFS, altså  $O(|V| + |E|)$ .