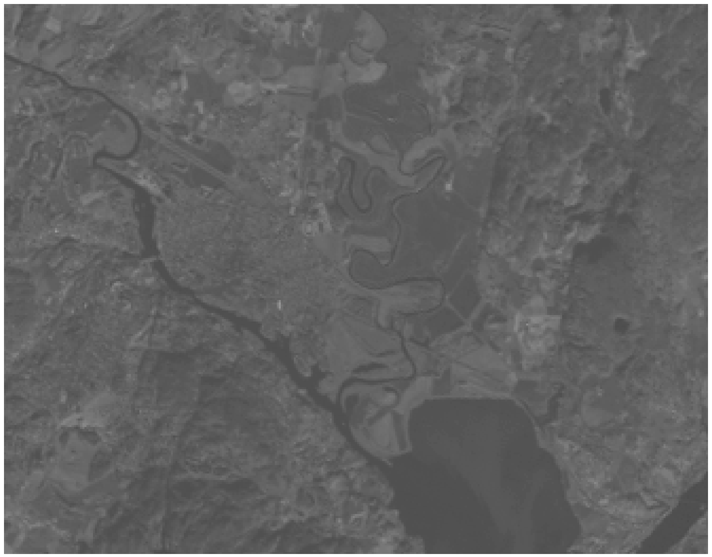
IN2070 – Vår 2021 – Ukens temaer

(Hovedsakelig fra kap. 3.1 og 3.2 i DIP)
(Histogrammer omtales i kap. 3.3)

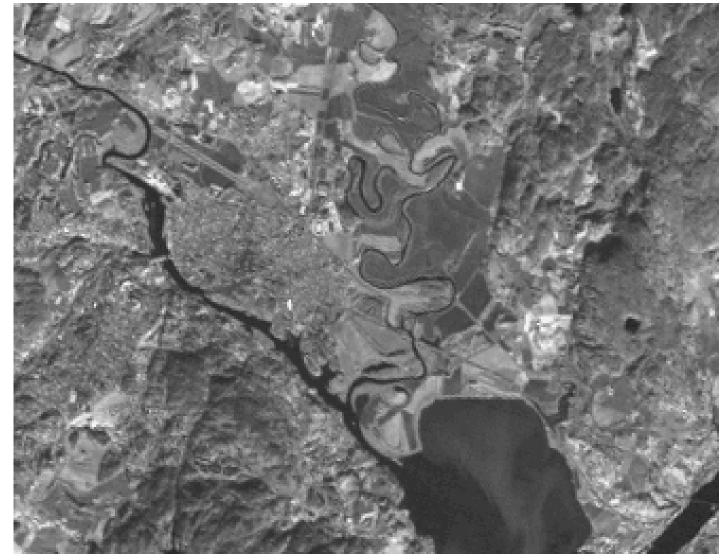
- Histogrammer
- Lineære gråtonetransformer
- Standardisering av bilder med lineær transform
- Ikke-lineære, parametriske transformer

- Neste uke: Histogrambaserte transformer og lokal gråtonetransform

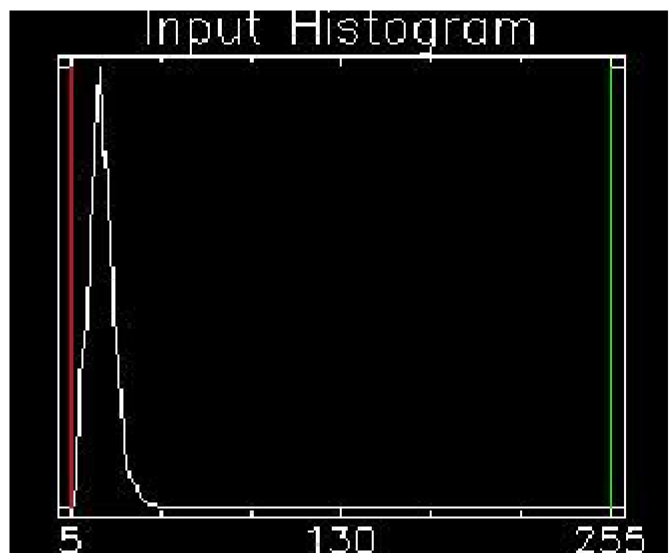
Hvordan endre kontrasten i et bilde?



?



Matematisk og
begrepsmessig
verktøykasse



Men hva menes med kontrast?

- Kontrast sier noe om forskjellen i farge, lysstyrke, tekstur eller annen fysisk egenskap på et objekt og andre nærliggende objekter
  - Vi holder oss til **lysstyrke** (luminositet), og **ikke** f.eks.

- Noen vanlige metrikker:
  - Weber-kontrast ("Weber fraction") $$\frac{(I_f - I_b)}{I_b}$$
  - Michelson-kontrast ("Visibility") $$\frac{(I_{max} - I_{min})}{(I_{max} + I_{min})}$$
  - RMS-kontrast (standardavvik) $$\sqrt{\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}(I(x,y)-\bar{I})^2}$$

Nevneren knytter disse opp mot vårt perseptuelle system

Histogrammer

- Et histogram er en diskret funksjon som viser antall målinger innenfor (som oftest) uniforme intervaller i et sett med målinger

- Vi jobber med bilder og får typisk
  - Et bilde som datasett
  - Piksel-intensiteter som målinger

- Altså en oversikt over forekomsten til intensitetene i bildet

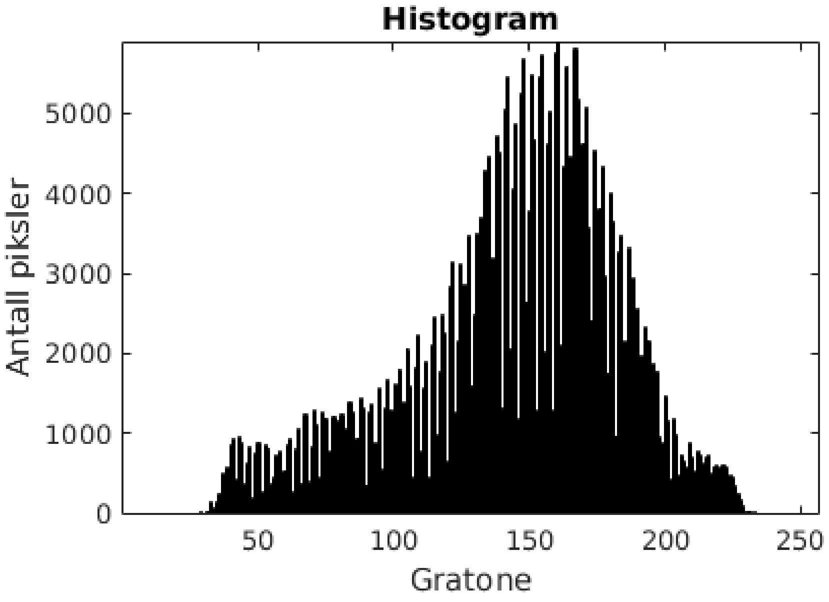
- Kan også ha histogrammer over avledede egenskaper i bildet

Gråtonehistogrammer

- Gitt et gråtonebilde med $n \times m$ piksler og G gråtoner

- Et histogram, h(*i*), er slik at:

  h(*i*) = antall piksler i bildet
  med pikselverdi *i*



- Dannes ved å gå igjennom alle pikslene og telle gråtoner

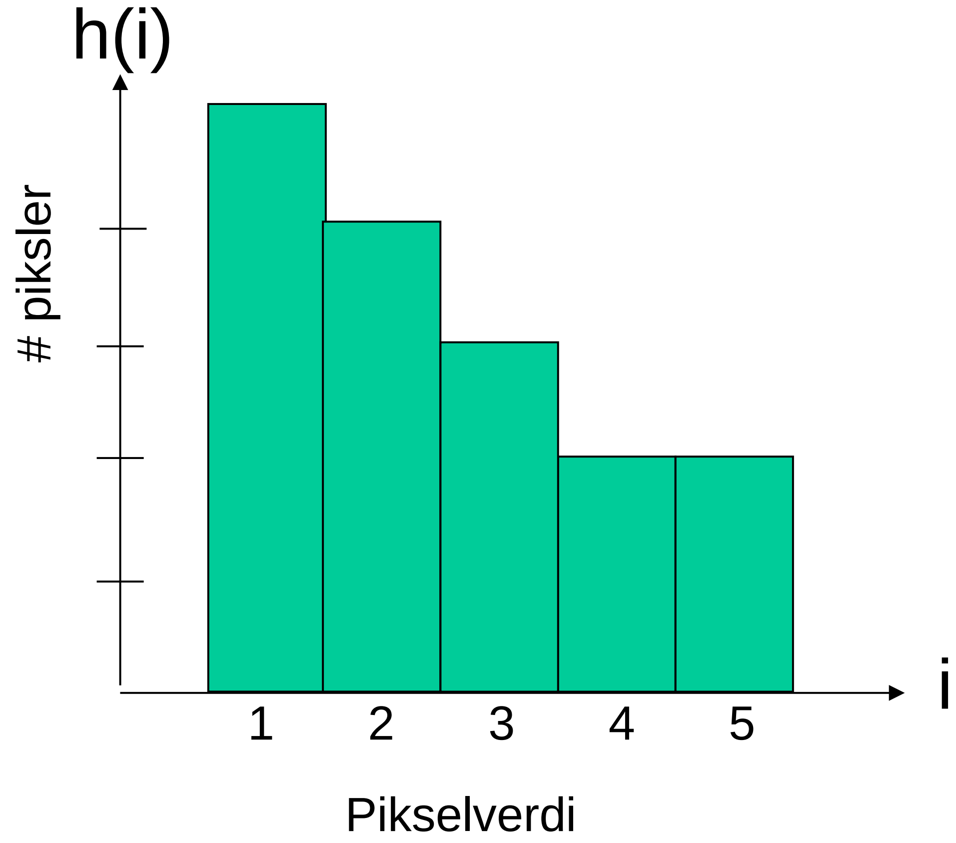
- Vi har naturligvis at $\sum_{i=0}^{G-1} h(i) = n \times m$

Eksempel - histogram

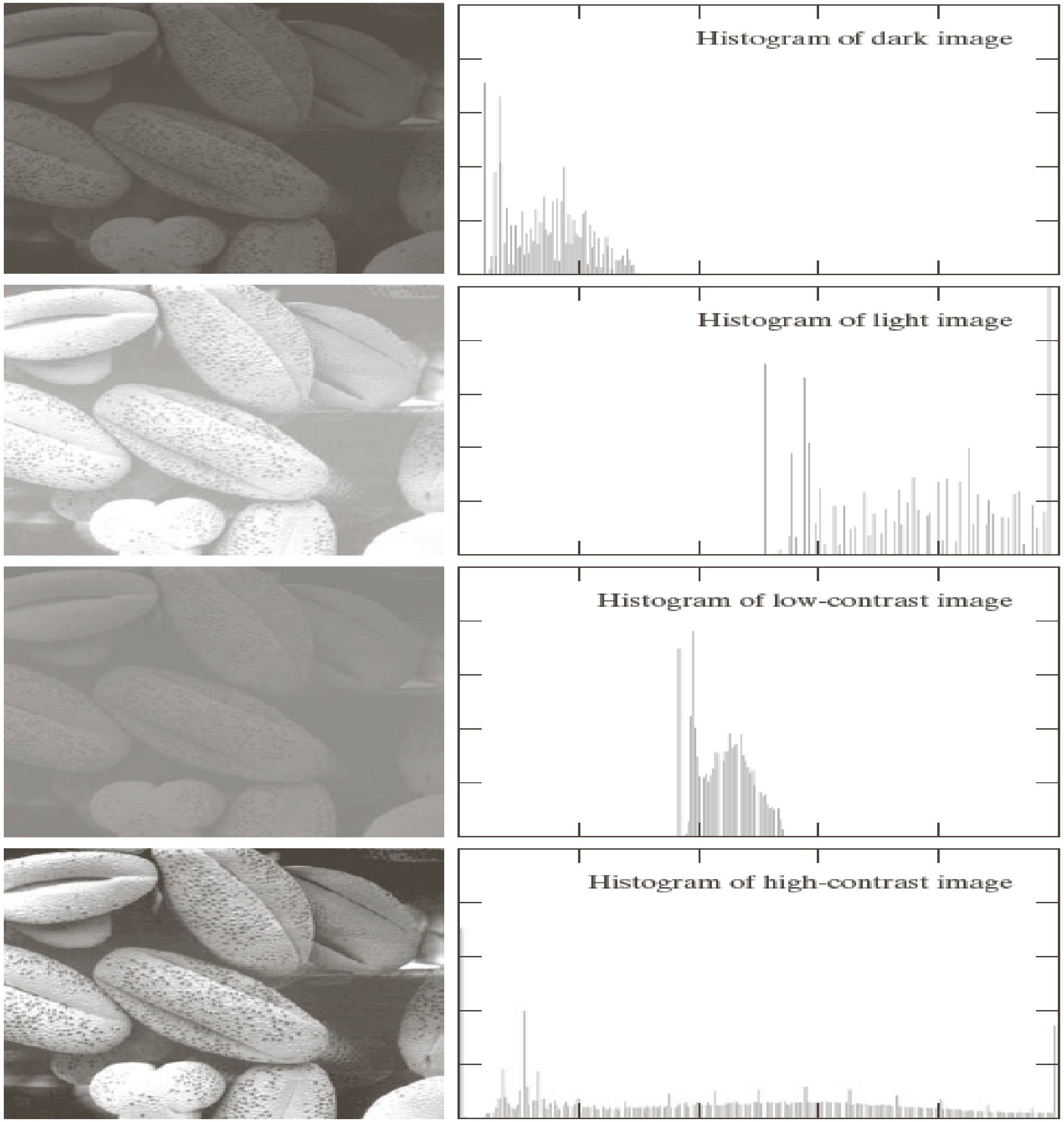
Bilde:

1	3	2	1
5	4	5	3
4	1	1	2
2	3	2	1

Histogram:

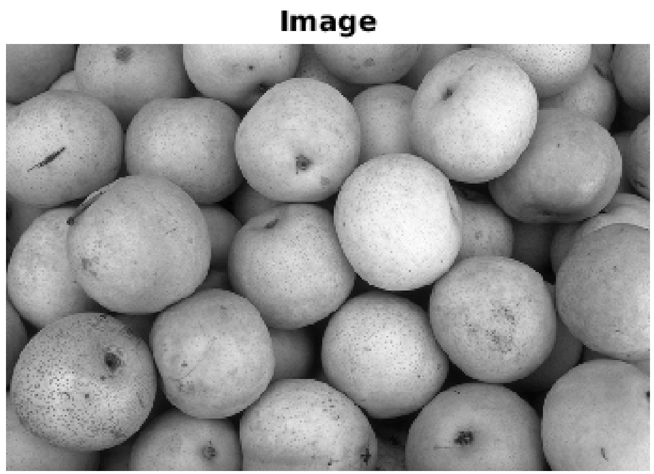


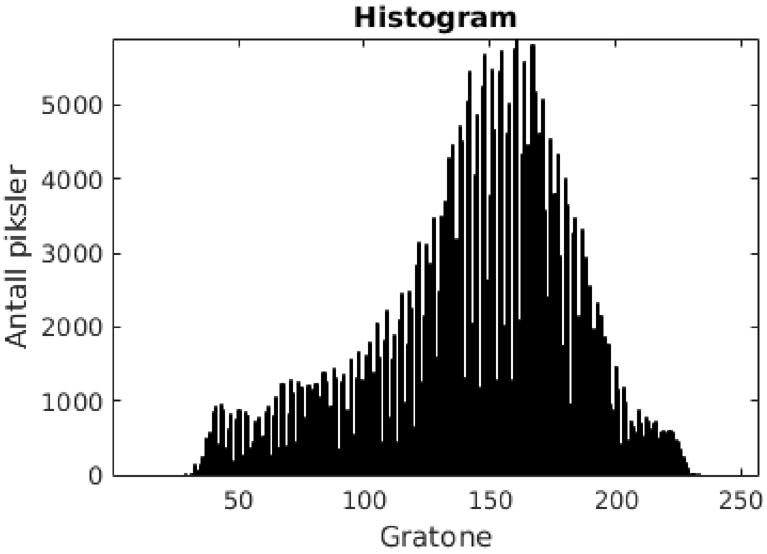
Eksempler

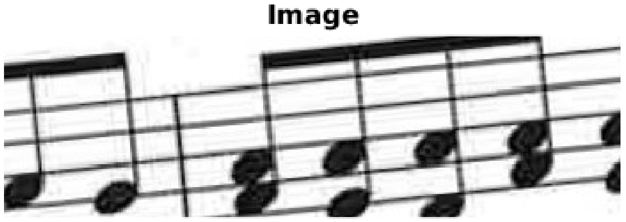


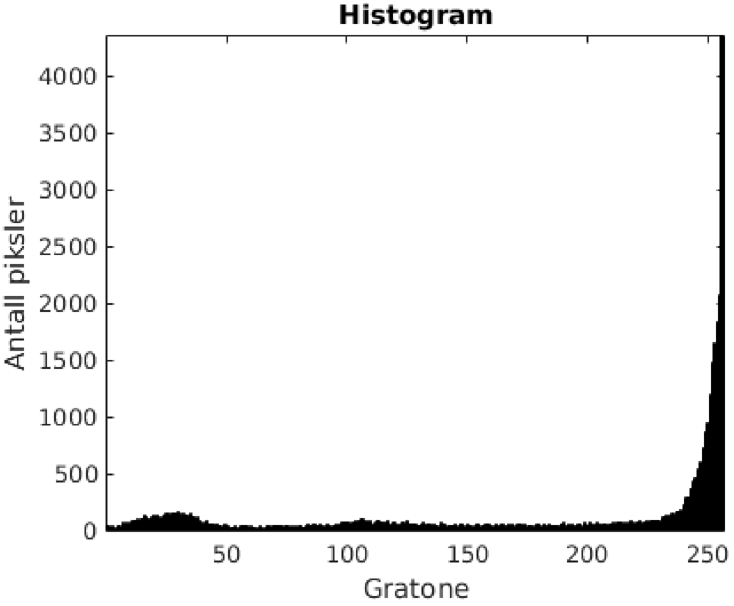
(Fig 3.16 s. 134)

Eksempler II

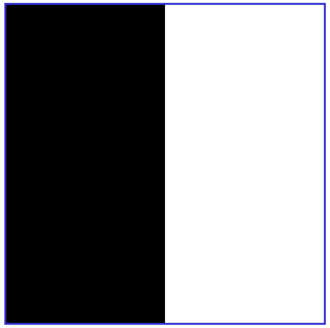






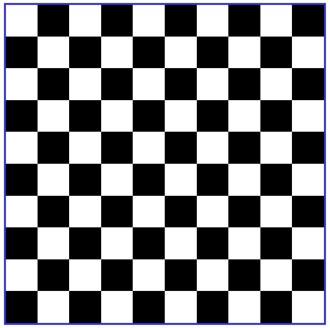


Oppgaver



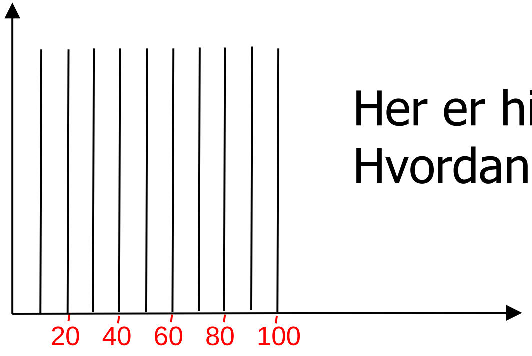
Hvordan ser histogrammet ut?

Anta 8 bits uniform intensititskvantisering



Hvordan ser histogrammet ut?

All «romlig» pikselinformasjon er borte i våre histogrammer.



Her er histogrammet. Hvordan ser bildet ut?

Normalisert histogram

- Andelen av pikslene med intensitet *i*
- Det normaliserte histogrammet:

$$p(i) = \frac{h(i)}{n \times m}, \qquad \sum_{i=0}^{G-1} p(i) = 1$$

- *p(i)* kan ses på som en sannsynlighetsfordeling for pikselintensitetene
- ”Uavhengig” av antall piksler / størrelsen på bildet

Kumulativt histogram

- Hvor mange piksler har gråtone mindre enn eller lik gråtone j?

$$c(j) = \sum_{i=0}^{j} h(i)$$

Hva er *c*(G-1)?

h er den deriverte av *c*

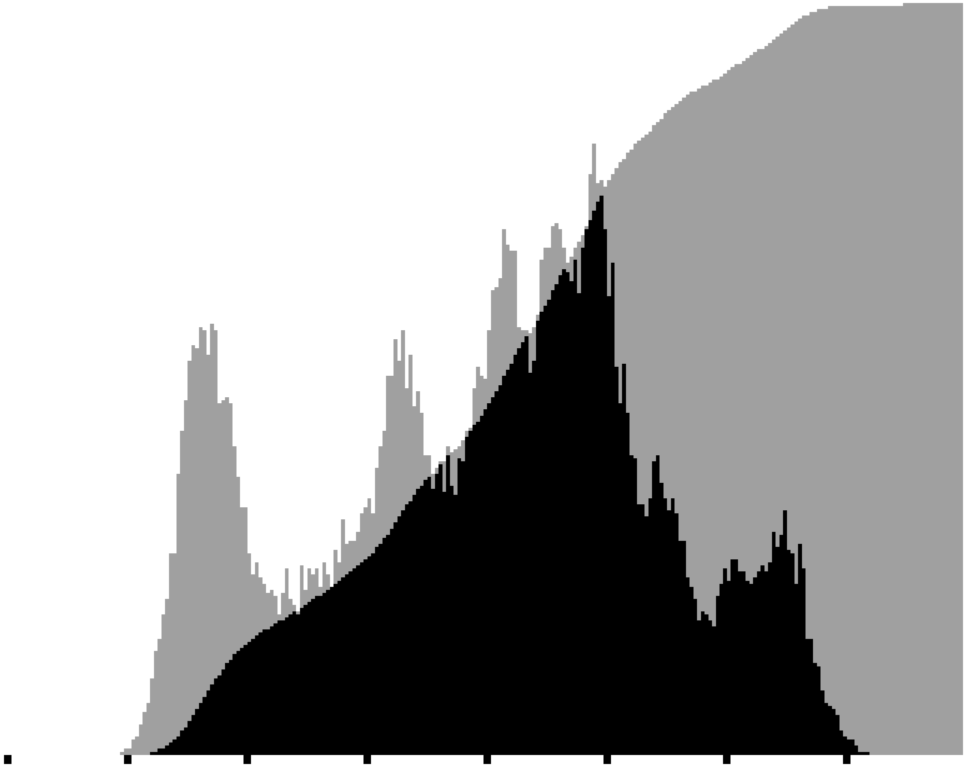
- Normalisert kumulativt histogram:

$$\frac{c(j)}{n \times m}$$

Andelen av pikslene som er mindre eller like gråtone *j*

(Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt piksel er mindre eller lik gråtone *j*)

Eksempel, kumulativt histogram



Histogram og (skalert) kumulativt histogram i samme figur

Histogrammer av objekt-egenskaper

- Begrepsapparatet omkring histogrammer vil også komme til nytte i digital bildeanalyse

- Vi kan lage histogrammer over egenskaper, feks:
  - Objekt-størrelse:
    - Viser fordelingen av størrelsen på objektene, og danner grunnlag for å sette en terskel for å kunne fjerne små og uvesentlige objekter fra bildet (støy)
  - Objekt-momenter:
    - Viser fordelingen av beregnede momenter fra hvert objekt, og danner grunnlag for å samle grupper av objekter i klasser eller ”clustre”

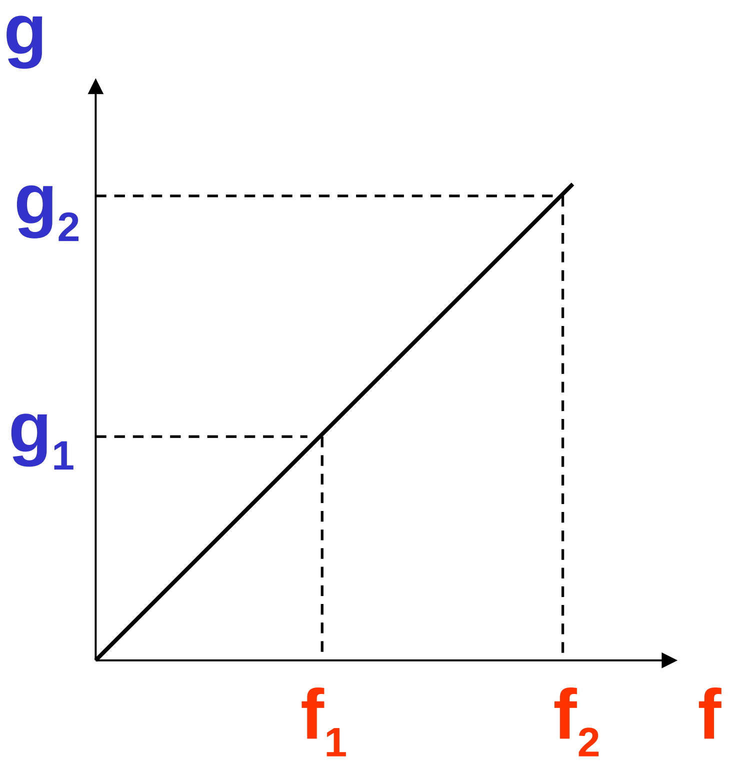
Gråtonetransformasjon

- Når vi viser en piksel på skjermen er intensiteten kontrollert av den tilhørende verdien i bildematrisen
- Vi kan opprette en *avbildnings-funksjon* mellom de tallene, f, som finnes i bildematrisen, og den intensiteten, g, vi ønsker på skjermen eller i vår nye bildematrise
  - For ett-båndsbilder: $g = T[f]$
  - T kan være en parametrisk funksjon, eller en tabell om antall mulige intensiteter er begrenset (f.eks. 8 bits bilder)
- Vi ser i dag kun på ren gråtonetransformasjon, så ett og ett piksel transformeres uavhengig av nabopiksler, og uavhengig av posisjon i bildet → **global** transformasjon

Identitetsmapping

- Figuren viser sammenhengen mellom pikselverdien i inn-bildet (f) og pikselverdien til den samme pikselen i utbildet (g) etter en gråtonetransformasjon

- Hvis transformasjonen er en identitetsmapping, g=f, vil figuren vise en rett linje gjennom origo, med stigningstall 1
- T[i] = i



Lineær kontrastendring

- Lineær/affin strekking

$$T[i] = ai + b$$
$$g(x, y) = af(x, y) + b$$

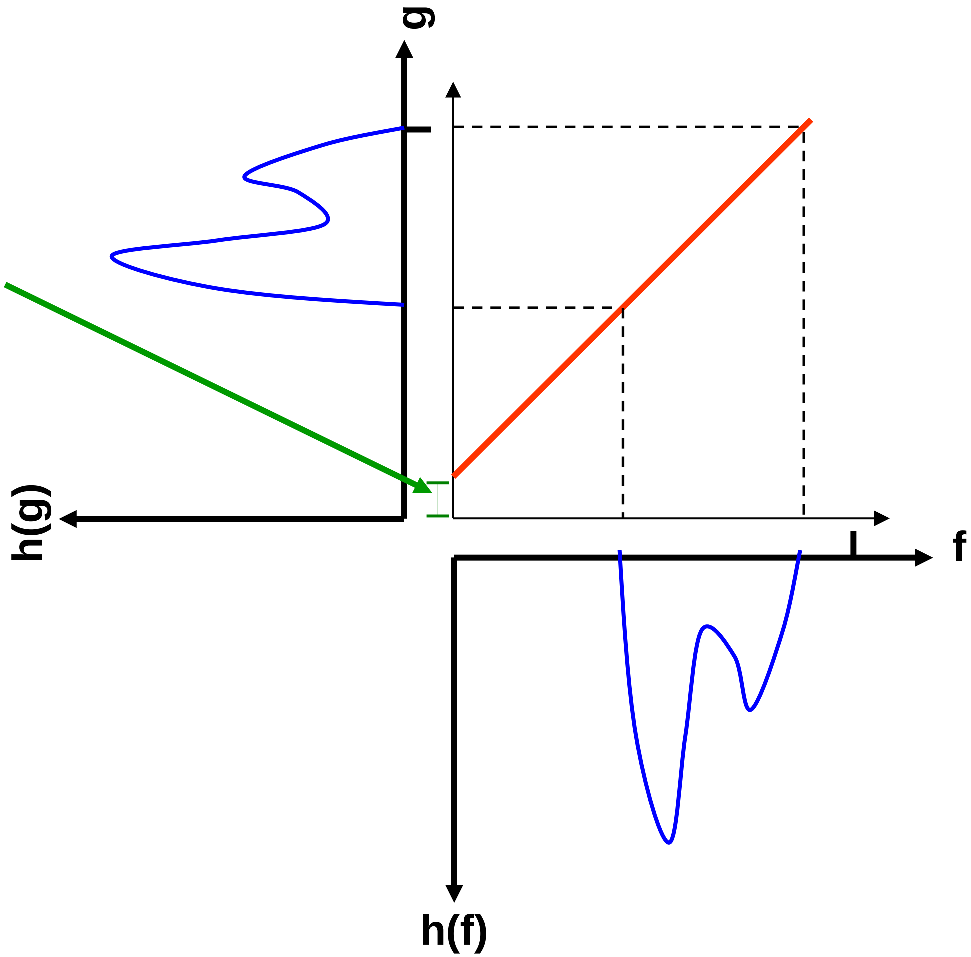
- **a** regulerer kontrasten, og **b** ”lysheten”
- **a**>1: mer kontrast
- **a**<1: mindre kontrast
- **b**: flytter alle gråtoner **b** nivåer
- Negativer: **a**=-1 , **b**=maxverdi for bildetype

Endre ”lysheten” (brightness)

- Legge til en konstant ***b*** til alle pikselverdiene (a=1)

$$g(x,y) = f(x,y) + b$$

  - Hvis ***b > 0*** , alle pikselverdiene øker, og bildet blir lysere
  - Hvis ***b < 0*** , bildet blir mørkere
  - Histogrammet flyttes opp eller ned med ***b***

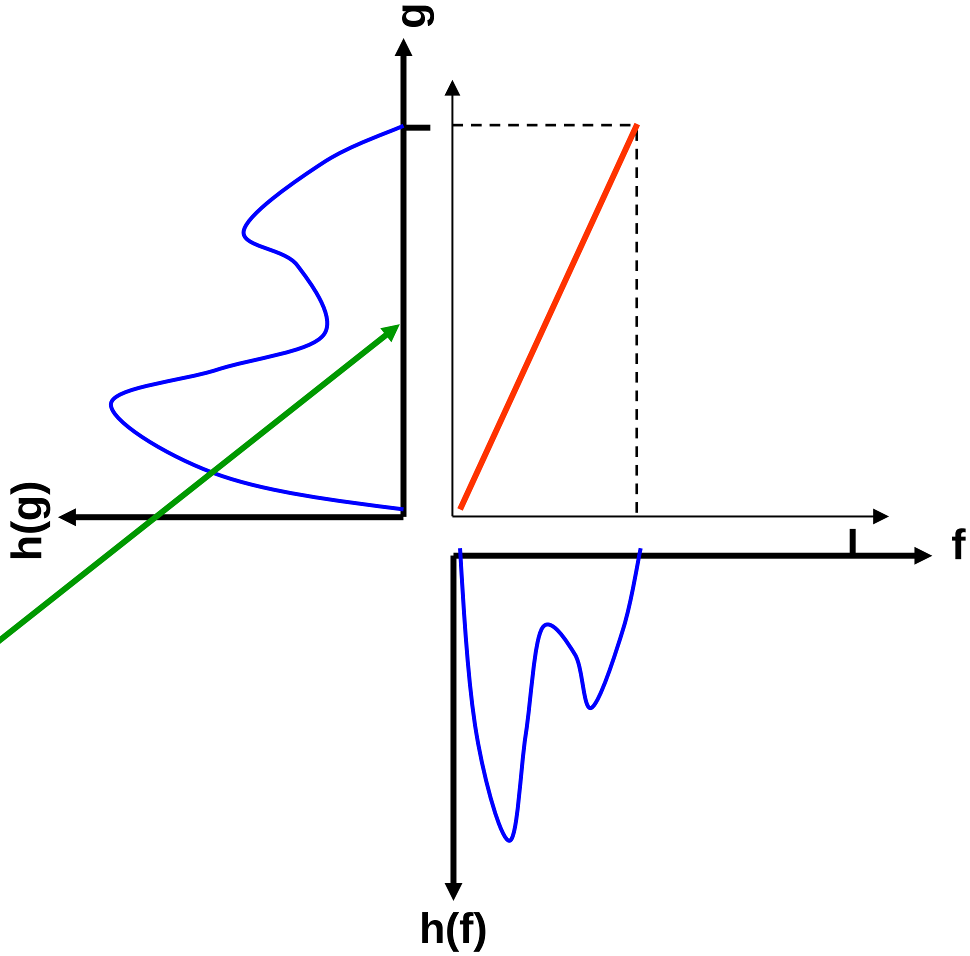


Endre kontrasten

- Multiplisere hver pikselverdi med en faktor *a*:

$$g(x, y) = af(x, y)$$

  - Hvis ***a* > *1***, kontrasten øker
  - Hvis ***a* < *1***, kontrasten minker

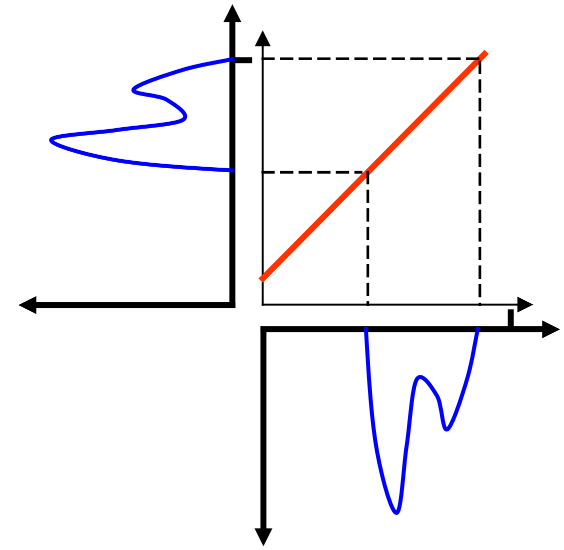


- Eks: Bruke hele intensitetsskalaen
  - Q: Hva skjer med middelverdien?

Alternativ illustrasjon

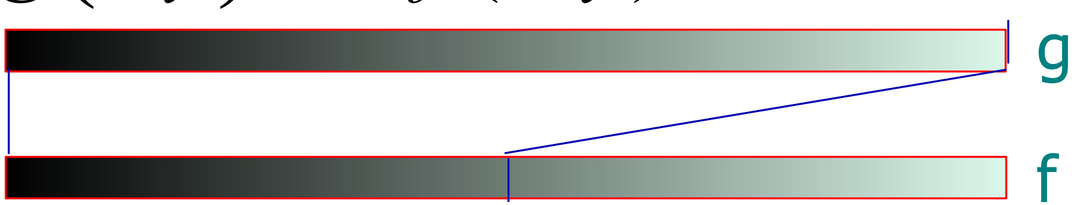
- Endre "brightness":

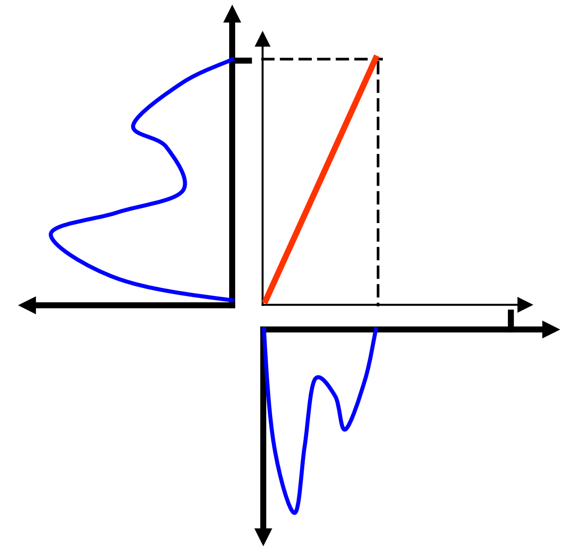
$$g(x,y) = f(x,y) + b$$



- Endre kontrast:

$$g(x,y) = a\,f(x,y)$$

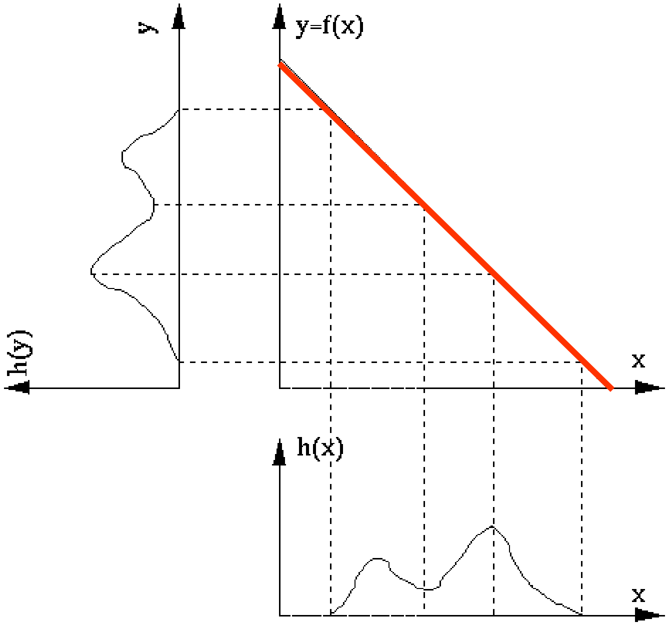




Invertert gråtonebilde

- Danner bildets “negativ“ ved å sett a=-1 og b=maksverdien

- Bildet får ikke negative verdier, men avbildningsfunksjonen har negativt stigningstall



Fra gråtonenivå $[f_1,f_2]$ til $[g_1,g_2]$

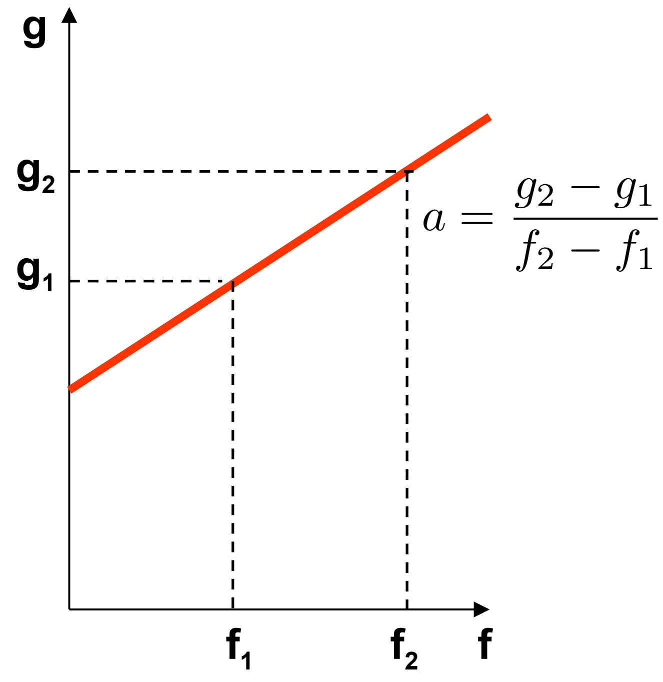
- Endre intensiteter i intervallet $[f_1, f_2]$ til å ligge i $[g_1,g_2]$
- En lineær (affin) mapping fra f til g:

$$g(x,y) = g_1 + \frac{g_2 - g_1}{f_2 - f_1}[f(x,y) - f_1]$$

  - Rett linje med stigningstall

    $a=(g_2-g_1)/(f_2-f_1)$

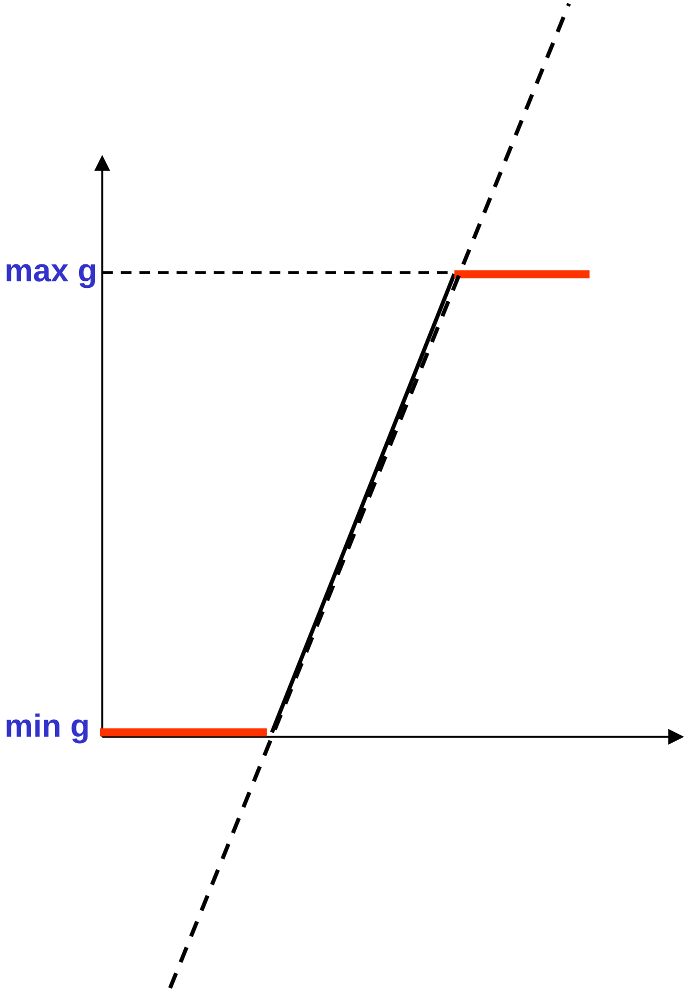
    og $b=g_1-af_1$



Klipping etter transform

- Om g(x,y) får verdier utenfor det støttede intervallet, foretas som oftest klipping av verdiene

- F.eks for et 8 bit «unsigned» bilde vil g bli tvunget innenfor intervallet [0, 255]



Standardisering av bilder

- Hensikt:
  - Fjerne variasjoner i «lyshet» og kontrast i en serie bilder
- Hvorfor? Fjerne effekten av
  - Døgnvariasjon i belysning
  - Aldringseffekter i lamper og detektorer
  - Akkumulering av støv på linser etc.
- Metode:
  - Justere middelverdien og variansen til gråtoneverdiene i bildet ved hjelp av en lineær gråtonetransform
- Hvor:
  - Produkt-inspeksjon i industri
  - Medisinsk avbildning
  - Mikroskopering av celler
  - ...

Neste uke: Kan også standardisere bildene med **histogramspesifikasjon**, men vil da ikke beholde "formen" på histogrammet

Middelverdien av gråtonene

- Middelverdien av pikselverdiene i et bilde med *n* x *m* piksler og G gråtoner kan finnes
  - enten fra pikselverdiene direkte
  - eller indirekte fra bildets histogram, evt normalisert histogram

Hvorfor en fordel med det siste alternativet?

$$\mu = \frac{1}{n \times m} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} f(x,y)$$

$$= \frac{1}{n \times m} [0 \times h(0) + 1 \times h(1) + \ldots + (G-1) \times h(G-1)]$$

$$= \frac{1}{n \times m} \sum_{i=0}^{G-1} ih(i) = \sum_{i=0}^{G-1} ip(i)$$

$$p(i) = \frac{h(i)}{nm}$$

(Normalisert histogram)

Varians av gråtonene

- Variansen av pikselverdiene i et bilde med nxm piksler og G gråtoner kan også finnes fra bildets histogram

$$\sigma^2 = \frac{1}{n \times m} \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{m-1} [f(x,y) - \mu]^2$$

$$= \frac{1}{n \times m} \sum_{i=0}^{G-1} h(i)[i - \mu]^2$$

$$= \sum_{i=0}^{G-1} p(i)[i - \mu]^2$$

$$= \sum_{i=0}^{G-1} i^2 p(i) - \Big[\sum_{i=0}^{G-1} i p(i) \Big]^2$$

Kvadratroten av variansen kalles standardavvik:

σ^2 : varians
σ : standardavvik

Variansen/standardavviket sier noe om kontrasten i bildet

Justering av μ og σ^2

- Gitt inn-bilde med middelverdi μ og varians σ^2
- Anta en lineær gråtone-transform T[i]=ai+b
- Ny middelverdi μ_T og varians σ_T^2 er da gitt ved:

$$\mu_T = \sum_{i=0}^{G-1} T[i]p(i) = a\mu + b$$

$$\begin{aligned}\sigma_T^2 &= \sum_{i=0}^{G-1} T[i]^2 p(i) - \Big[\sum_{i=0}^{G-1} T[i]p(i)\Big]^2 \\ &= \sum_{i=0}^{G-1} (a^2 i^2 + 2aib + b^2)p(i) - \Big[\sum_{i=0}^{G-1} (ai+b)p(i)\Big]^2 \\ &= a^2\Big[\sum_{i=0}^{G-1} i^2 p(i) - \Big[\sum_{i=0}^{G-1} ip(i)\Big]^2\Big] = a^2\sigma^2\end{aligned}$$

- Dvs.

  $a=\sigma_T/\sigma$, $b=\mu_T - a\mu$
- Vi kan altså
  - velge nye μ_T og σ_T^2,
  - beregne a og b,
  - anvende T[i]=ai + b på inn-bildet
  - og få et ut-bilde med ønsket μ_T og σ_T^2

Eksempel 1: Justering av σ

- Vil beholde middelverdien, slik at

  $\mu_T = \mu$,

  men ønsker ny σ_T.
- Bestem a og b i ligningen T[i]=ai+b:

$$a = \frac{\sigma_T}{\sigma}, \qquad b = \mu_T - a\mu = \mu\left[1 - \frac{\sigma_T}{\sigma}\right]$$

$$\Rightarrow \quad T[i] = \frac{\sigma_T}{\sigma} i + \mu\left[1 - \frac{\sigma_T}{\sigma}\right] = \boxed{\mu + (i - \mu)\frac{\sigma_T}{\sigma}}$$

Eksempel 2: Justering av μ og σ

- Ønsker at alle bildene i en serie skal ha samme (μ_T,σ_T).
- Bestem a og b i ligningen T[i]=ai+b:

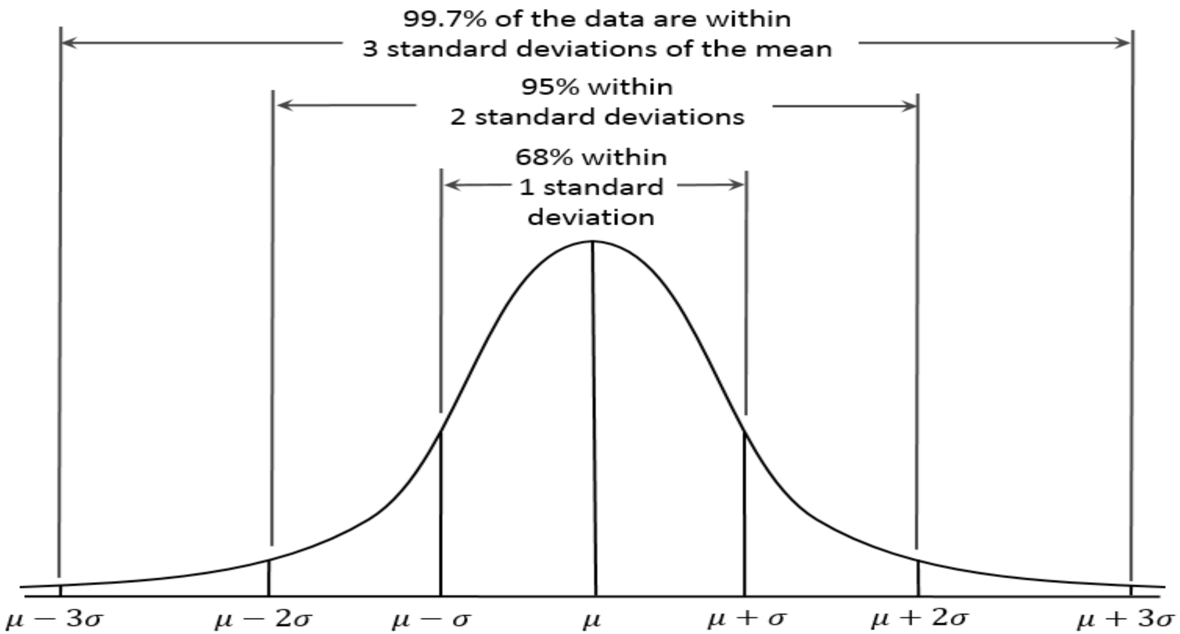
$$a = \frac{\sigma_T}{\sigma}, \qquad b = \mu_T - a\mu = \mu_T - \mu\frac{\sigma_T}{\sigma}$$

$$\Rightarrow \quad T[i] = \frac{\sigma_T}{\sigma} i + \mu_T - \mu\frac{\sigma_T}{\sigma} = \boxed{\mu_T + (i - \mu)\frac{\sigma_T}{\sigma}}$$

- For hvert bilde må vi finne bildets (μ,σ)

Valg av standardavvik

- Anta at histogrammet til innbildet er normalfordelt $N(\mu,\sigma)$, og at vi velger $\mu_T \approx G/2$.
- Hva er da optimalt valg av σ_T?
- Hvor stor percentil blir klipt?

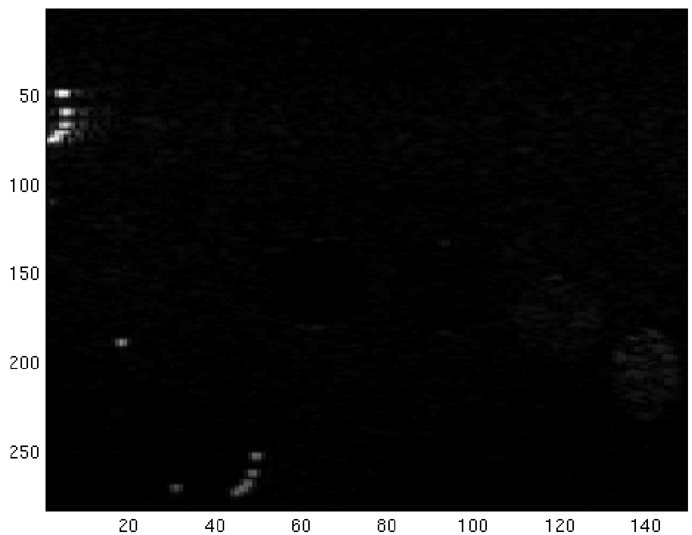


Ikke-lineær transform

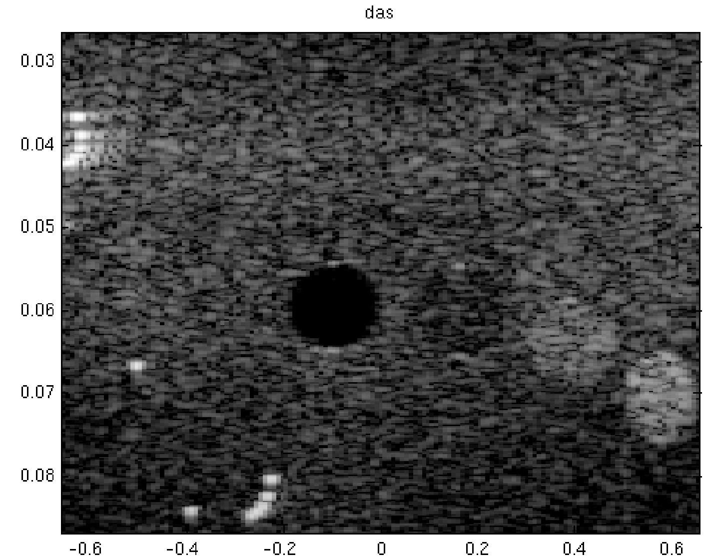
- Logaritmisk skalering
  - Eks: Desibel og radarbilder, Fourier-transform
- Eksponentiell skalering
- Gamma-skalering
- Stykkevis-lineær skalering

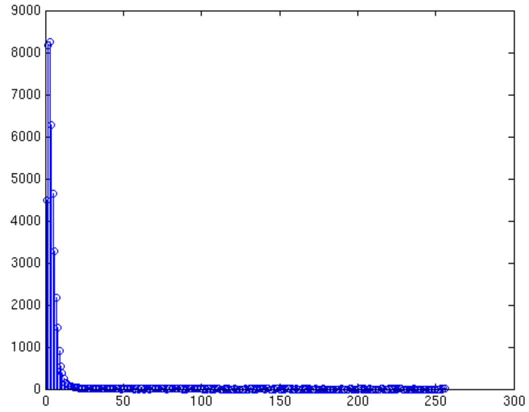
- Hva gjøres med kontrasten i de mørke og lyse delene av bildet etter slike skaleringer
  - Tegn skisse av funksjonene og se Δf mot Δg (lokalt stigningstall)

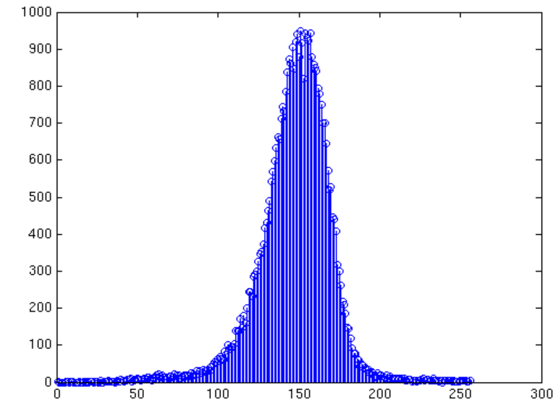
Logaritmisk mapping



T[i] = log(i)

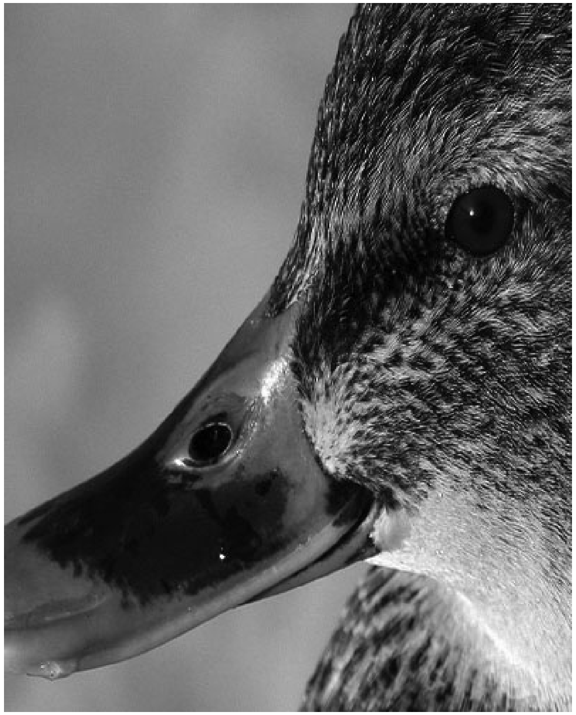


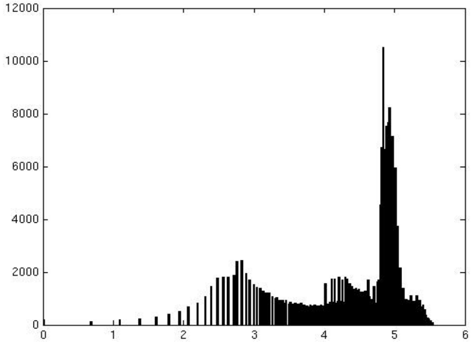


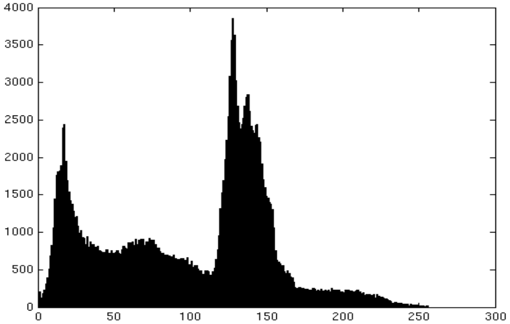


Eksponentiell mapping

$T[i] \sim e^i$







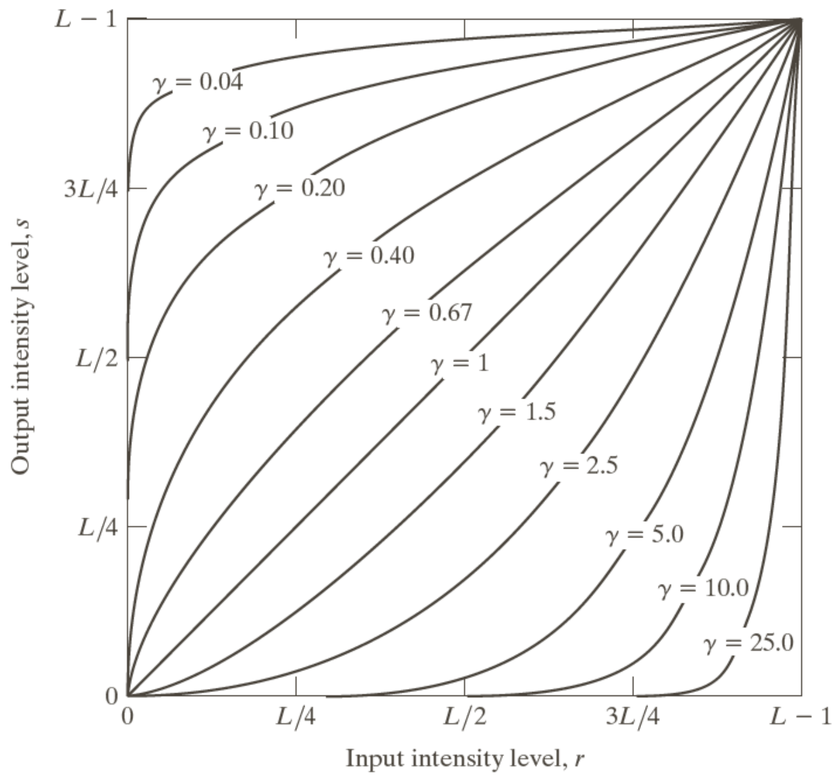
Power-law (gamma)-transformasjoner

$$T[i] = i^{\gamma}$$

der T[*i*] er ut-intensiteten ved en input *i.*

- γ <1: den mørke delen av skalaen strekkes ut
- γ =1: identitets-transform
- γ >1: den lyse delen av skalaen strekkes ut

(Fig 3.6 i DIP)



- Mange bildeproduserende apparater har et slikt input/output-forhold
- Generell kontrast-manipulasjon
  - Brukervennlig med kun én variabel
- For mer optimal bruk av kvantiseringsnivåer → mer perseptuelt uniform nivåinndeling

Gamma-korreksjon før fremvisning

- Anta at intensiteten i et bilde
  som vises på et display er gitt ved:

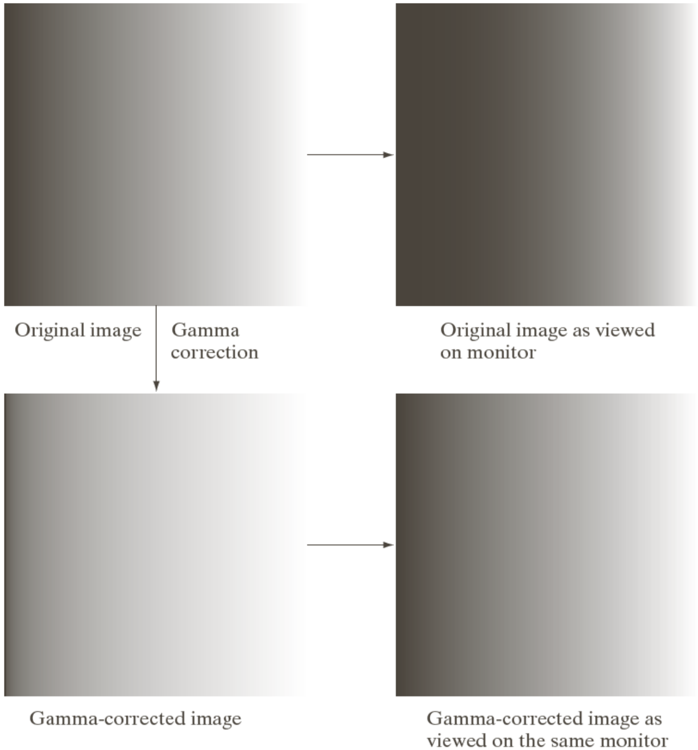
$$s = i^{2.5}$$

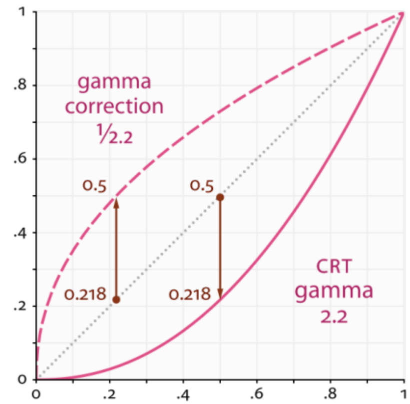
  der *s* er ut-intensiteten ved en input *i*

- Vi har sett at for $\gamma > 1$
  vil bildet bli mørkere enn det skal være

- Vi kan korrigere dette ved
  gråtonetransformen $T[i] = i^{0.4}$
  før vi sender bildet til fremvisning

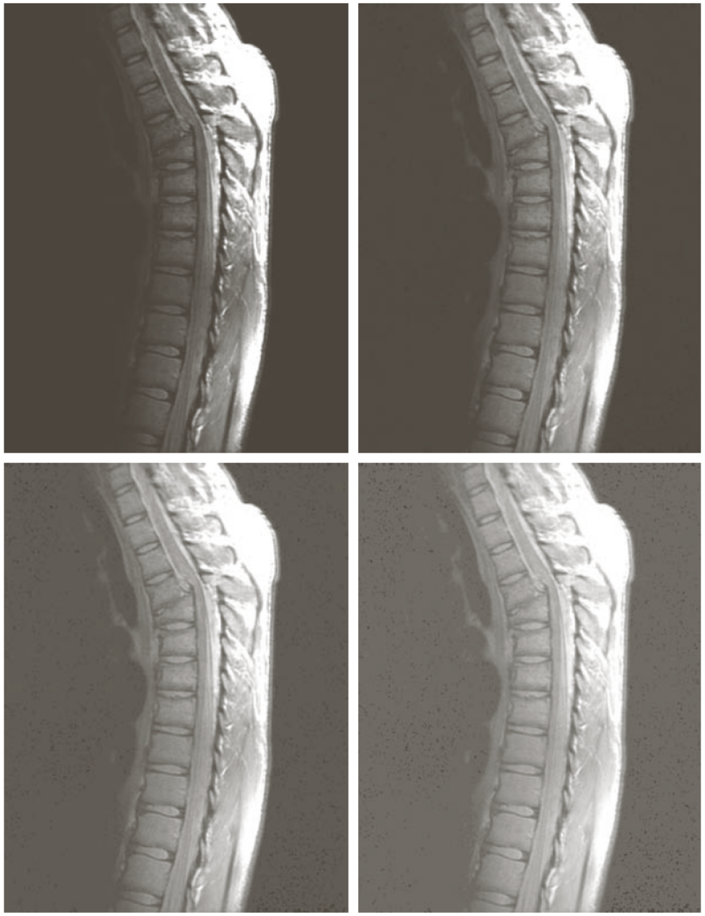
- Samme gjelder for scannere og printere
  - Man må kjenne eller finne parametrene til
    $s = (i+\varepsilon)^{\gamma}$





Gamma-styrt bildeforbedring

(Fig 3.8 i DIP)



$\gamma = 1$ $\quad\gamma = 0.6$

$\gamma = 0.4$ $\quad\gamma = 0.3$

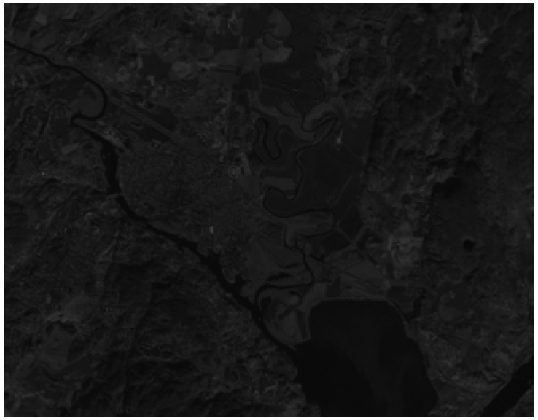
(Fig 3.9 i DIP)

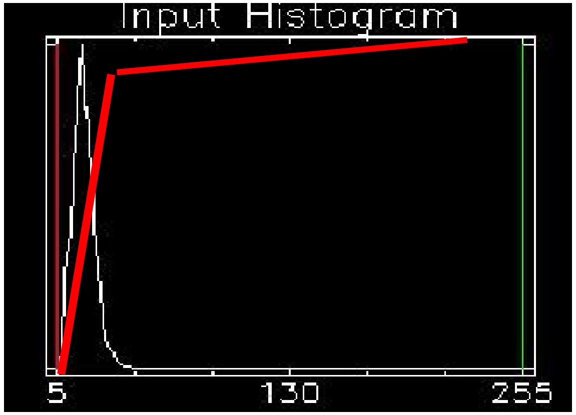
$\gamma = 1$ $\quad\gamma = 3$

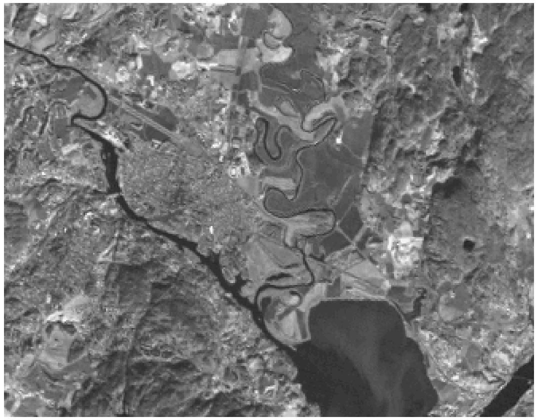
$\gamma = 4$ $\quad\gamma = 5$

Stykkevis lineær mapping

- Brukerspesifisert stykkevis lineær mapping for å fremheve visse intervaller av gråtoneskalaen



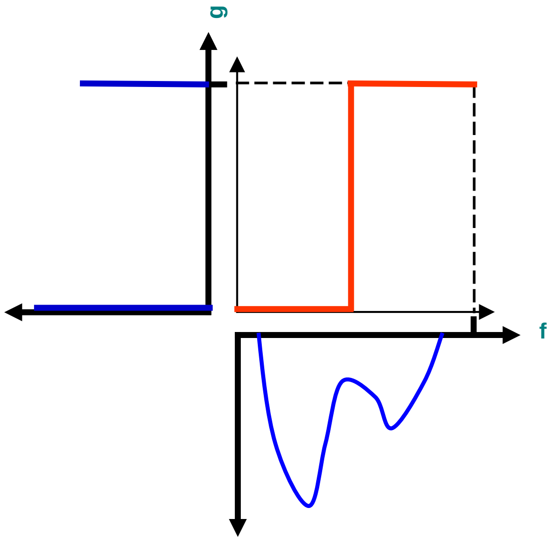




Terskling

- Dette er et grense-tilfelle av lineær transformasjon, der alle ut-verdiene settes lik 0 for «inn-verdier» i et intervall 0-T, mens alle andre settes lik 1

- Dette gir et to-nivå (binært) ut-bilde

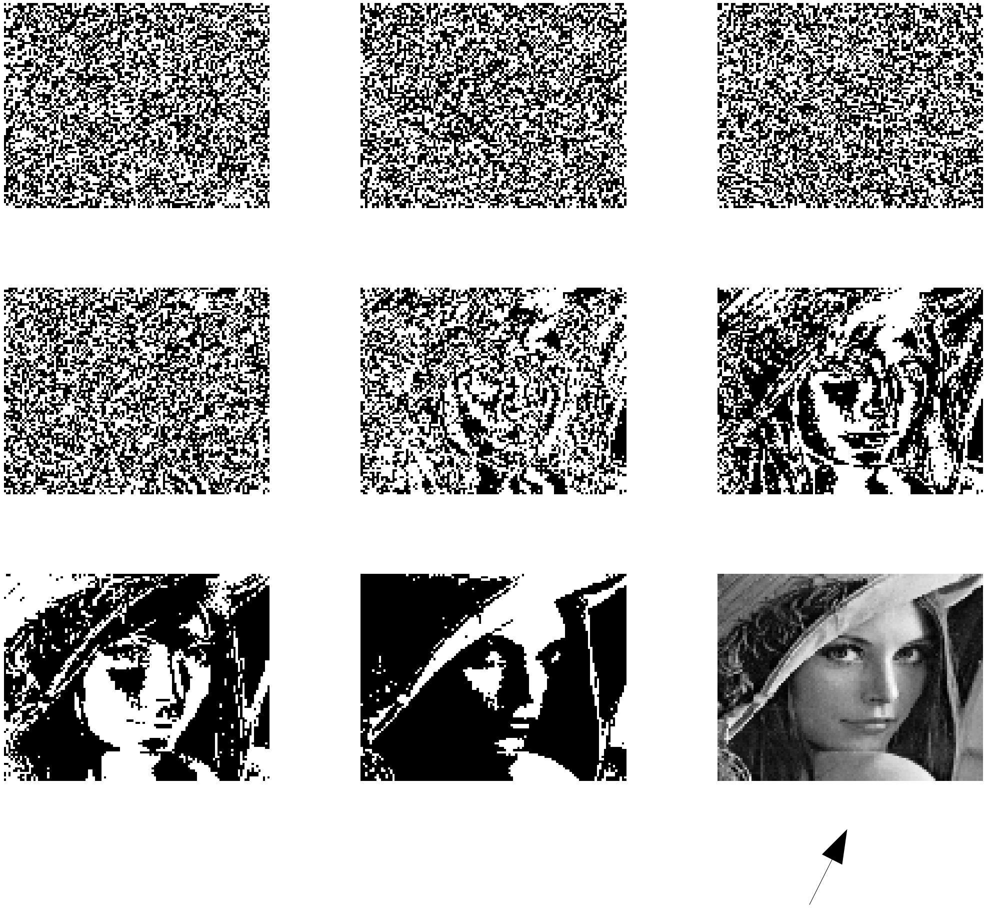


Bit-plan-oppdeling

- Gir binært bilde basert på om pikslenes *n*-te bit er satt

- I eksemplet; kun de siste 4 bit inneholder visuell signifikans

- Kan benyttes i kompresjon
  - Kun beholde visse plan
  - Effektivt å kode binære bilder (f.eks ”runlength”)



8 bit inputbilde

Implementasjon: Oppslagstabeller (LUT)

- Mål: Effektivisere implementasjonen
- Avbildningsfunksjonen utføres på alle mulige intensiteter og resultatene lagres i en tabell (LUT=look up table)
- Gråtone-avbildingen utføres så som oppslag i en tabell
- Hardware
  - LUT-operasjonen utføres på data-strømmen mellom hukommelse og display ”on the fly” (på grafikkortet)
  - Innholdet i bilde-matrisen endres ikke
  - Kontrastendring ved kun å endre tabellverdiene
- Software
  - Utregning av avbildningsfunksjonen for hvert piksel blir byttet ut med enkelt tabelloppslag

Implementasjon av gråtoneoperasjoner

```
for x=1:N
   for y=1:M
     g(x,y)=a*log(f(x,y))+b
```

Direkte implementasjon

```
for i=0:nGreyLevels-1
   T[i]=a*log(i)+b
```

Fyll inn en LUT..

```
for x=1:N
   for y=1:M
     g(x,y)=T[f(x,y)]
```

.. så endring av pikselverdiene

Oppsummering

- Gråtonehistogrammer
- Lineær/affin transform
  - Forstå effekten av parametrene *a* og *b*
  - Hvordan sette *a* og *b*?
    - Eksplisitt
    - Mappe ett intensitetsintervall til et annet
    - Bestemme ønsket lyshet (μ_T) og kontrast (σ_T)
      - Jfr. standardisering av lyshet og kontrast
- Ikke-lineære, parametriske transformer
  - Logaritmisk, eksponentiell, ”gamma”, stykkevis lineær
  - Hva gjøres med kontrasten i de mørke og lyse delene av bildet etter slike transformer
  - Tegn skisse av funksjonene og se Δf mot Δg (lokalt stigningstall)