Oppgave 3.2 Eksamen 2017

Vi leser først gjennom input og teller opp n og m.
Så sjekker vi om $n \geq m$.
Deretter skriver ut a eller b og teller ned n eller m, ettersom hva som var størst.
Vi trenger kun å lagre tre tall, nemlig posisjonen i input, antall n'er og antall m'er. Alle disse kan lagres i log n plass, så dette kan beregnes av en log space transducer.

Oppgave 3.3 Eksamen 2017

Vi reduserer HAMPATH til EXPLEX.
På input $\langle G, s, t \rangle$ lager vi en graf G' med en ny node w og en kant fra t til w. Vi lar $v(a) = 1$ for alle noder i G'. La k være antall kanter i G'. Vi skriver ut $\langle G', s, k \rangle$. Siden vi legger til en ny node, en ny kant, og et tall for hver node i grafen, kan dette beregnes i polynom tid.

Anta at $\langle G, s, t \rangle \in$ HAMPATH. Da finnes en hamiltonsk sti $s, a_1, \ldots, a_n, t$ i G. Da vil $s, a_1, \ldots, a_n, t, w$ være en sti i G' som gir nøyaktig k poeng, siden det er k noder i stien ettersom vi hadde en hamiltonsk sti. Dermed er $\langle G', s, k \rangle \in$ EXPLEX.

Anta at $\langle G', s, k \rangle \in$ EXPLEX. Da finnes en sti $s, a_1, \ldots, a_m$ i G' som inneholder alle nodene i G'. Siden det ikke går en kant fra w må $a_m = w$. Siden det kun går en kant til w må $a_{m-1} = t$. Da må $s, a_1, \ldots, a_{m-2}, t$ være en sti G som inneholder alle nodene, altså inneholder G en hamiltonsk sti fra s til t, så $\langle G, s, t \rangle \in$ HAMPATH.

Dette viser at HAMPATH $\leq_p$ EXPLEX, og siden EXPLEX er i NL er HAMPATH NL-komplett.