

## i INF2080 Logikk og Beregninger Vår 2017

Eksamen består av 7 oppgaver. Du kan oppnå 100 poeng totalt. Det er ikke tillatt å bruke noen form for hjelpemidler.

I dette oppgavesettet SKAL du svare med digital håndtegning på oppgave 2.2 (DFA/NFA/CFG/PDA). Oppgave 2.3 til 3.3 kan du enten besvare med digital håndtegning eller i teksteditor-feltet. Til digital håndtegning bruker du skisseark du får utdelt. Det er anledning til å bruke flere ark per oppgave. Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

Det er IKKE anledning til å bruke digital håndtegning på oppgave 2.1. Det blir IKKE gitt ekstratid for å fylle ut informasjonsboksene på skisseark (engangskoder, kand.nr. o.l.).

Gjør dine egne forutsetninger dersom du er i tvil om hvordan du skal tolke oppgaveteksten.

### 2.1 Regular Expressions

La  $L_1$  være språket definert ved det regulære uttrykket  $(ab)^*a$ . Hvilke av strengene nedenfor er i  $L_1$ ?

Hvilke av strengene under er med i språket?

	Ikke Med	Med
abba	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
aaa	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
abab	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
baba	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ababa	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
a	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
den tomme strengen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Maks poeng: 14

### 2.2 DFA/NFA/CFG/PDA

I denne oppgaven skal du svare med digital håndtegning. Bruk eget skisseark (utdelt). Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

**OPPGAVER:**

- Tegn en DFA som gjenkjenner språket  $L_1 = \{w \mid w \text{ inneholder nøyaktig 3 forekomster av } 1\}$ . Alfabetet er  $\{0, 1\}$ .
- Tegn en NFA som gjenkjenner språket definert ved det regulære uttrykket  $0^*(1 \cup 0)^*11 \cup 1^*0$ .
- Lag en CFG som genererer språket av velformede og balanserte parantesuttrykk over alfabetet  $\{(, )\}$ . Da er f.eks. strengene  $()(())$  og  $()(())()$  med i språket, mens  $(( )$  og  $)()$  ikke er med i språket.
- Tegn en PDA som gjenkjenner språket  $L_4 = \{w \mid w \text{ er et } 0,1\text{-palindrom}\}$ . Et 0,1-palindrom er et ord over alfabetet  $\{0, 1\}$  som gir samme resultat enten det leses fra høyre eller det leses fra venstre, f.eks. 0110 eller 10101.

Maks poeng: 16

## 2.3 Pumping Lemma

I denne oppgaven kan du svare med digital håndtegning eller svare i teksteditor-felt. Bruk eget skisseark (utdelt) for digital håndtegning. Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

**Pumpelemma for regulære språk.** Hvis  $A$  er et regulært språk, så finnes det et tall  $p$  (pumpelengden), slik at hvis  $s \in A$  og  $|s| \geq p$ , så kan  $s$  deles inn i tre deler  $s = xyz$ , slik at

1. for alle  $i \geq 0$ ,  $xy^i z \in A$
2.  $|y| \geq 1$ , og
3.  $|xy| \leq p$ .

### OPPGAVER:

1. Vis at språket  $A = \{c^k w \mid k \geq 0, k \neq 1, w \in \{a, b\}^*\}$  er regulært.
2. Vis at språket  $B = \{cww \mid w \in \{a, b\}^*\}$  ikke er regulært.
3. Forklar kort hvorfor  $A \cup B$  ikke er regulært men likevel oppfyller pumpelemmaet. Forklar kort hvorfor dette ikke er et moteksempel til lemmaet.

Format
-
**B**
*I*
U
 $x_2$ 
 $x^2$ 
 $\mathcal{I}_x$ 
 $\otimes$ 
 $\otimes$ 
 $\leftarrow$ 
 $\rightarrow$ 
 $\curvearrowright$ 
 $\equiv$ 
 $\equiv$ 
 $\Omega$ 
 $\mathbb{E}$ 
 $\mathcal{P}$ 
 $\Sigma$ 
 $\otimes$

Words: 0

Maks poeng: 15

## 2.4 Undecidability

I denne oppgaven kan du svare med digital håndtegning eller svare i teksteditor-felt. Bruk eget skisseark (utdelt) for digital håndtegning. Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

La  $L$  være et uavgjørbart språk over et alfabet  $\Sigma$ .

### OPPGAVER:

1. Vis at språket  $L \cup \{w\}$  er uavgjørbart for  $w \in \Sigma^*$ ,  $w \notin L$ .
2. Vis at språket  $L \setminus \{w\}$  er uavgjørbart for en vilkårlig  $w \in L$ .
3. Gi et eksempel på to språk  $A, B$  slik at  $A \subseteq L \subseteq B$ , hvor
  1. Både  $A$  og  $B$  er avgjørbare,
  2. Både  $A$  og  $B$  er uavgjørbare.

Format - | **B** *I* U  $x_2$   $x^2$  |  $I_x$  | ✂ | 📄 | ⬅️ ➡️ ↺ | ☰ ☷ | Ω 📊 | ✎ | Σ | ABC | ✖

Words: 0

Maks poeng: 15

### 3.1 Log space transducer

I denne oppgaven kan du svare med digital håndtegning eller svare i teksteditor-felt. Bruk eget skisseark (utdelt) for digital håndtegning. Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

**OPPGAVE:** Forklar kort hva en *log space transducer* er.

Format - | **B** *I* U  $x_2$   $x^2$  |  $I_x$  | ✂ | 📄 | ⬅️ ➡️ ↺ | ☰ ☷ | Ω 📊 | ✎ | Σ | ABC | ✖

Words: 0

Maks poeng: 10

### 3.2 Log space transducer 2

I denne oppgaven kan du svare med digital håndtegning eller svare i teksteditor-felt. Bruk eget skisseark (utdelt) for digital håndtegning. Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

La  $\Sigma = \{a, b\}$ . Vi definerer funksjonen  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  ved

$$f(s) = \begin{cases} a^n & \text{hvis } n \geq m \\ b^m & \text{hvis } n < m \end{cases}$$

der

- $n$  er antall forekomster av alfabettegnet  $a$  i strengen  $s$ ,
- $m$  er antall forekomster av alfabettegnet  $b$  i strengen  $s$ .

Eksempel:  $f(aaabab) = aaaa$ , og  $f(bab) = bb$ .

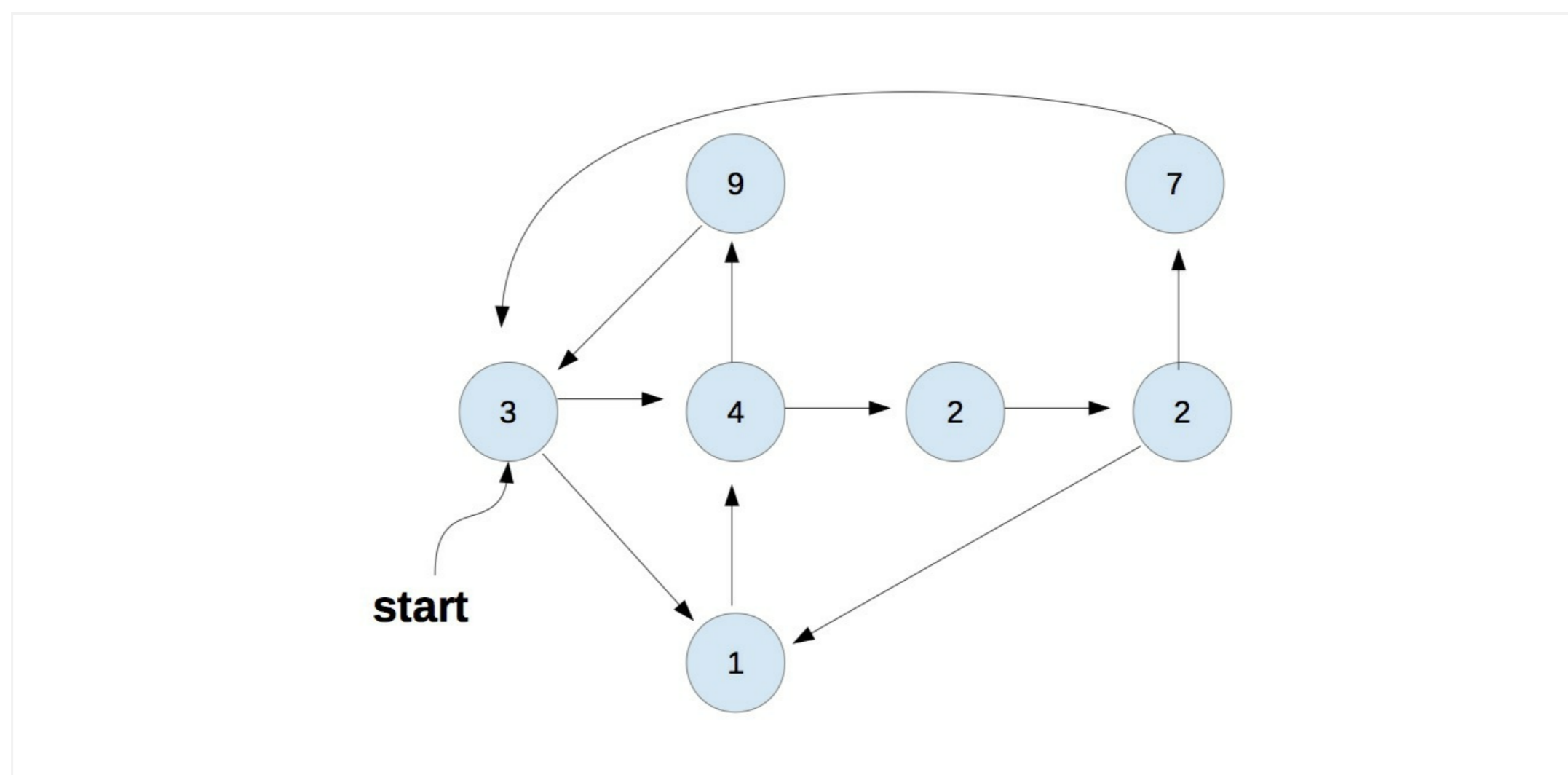
**OPPGAVE:** Forklar hvorfor  $f$  kan beregnes av en log space transducer. Du skal gi en algoritme og argumentere for at en log space transducer kan utføre denne algoritmen.

Format - | **B** | *I* | U |  $x_2$  |  $x^2$  |  $I_x$  | ✂ | 📄 | 📄 | ⬅ | ➡ | ↺ | ⋮ | ⋮ | Ω | 🗃 | ✎ | Σ | ABC | ✖

Words: 0

Maks poeng: 10

### 3.3 EXPLEX



I denne oppgaven kan du svare med digital håndtegning eller svare i teksteditor-felt. Bruk eget skisseark (utdelt)

for digital håndtegning. Se instruksjon for utfylling av skisseark på pult.

Explex er et enmannsspill der man beveger seg fra node til node i en rettet graf ved å følge grafens kanter. Man får oppgitt i hvilken node man skal starte, og man får ikke gå til en node hvor man har vært tidligere. Hver node i grafen er merket med et antall poeng. I det spillet starter har man poengsummen startnoden er merket med. Hver gang man forflytter seg til en ny node økes poengsummen med det antall poeng noden er merket med.

Eksempel: Figur 1 viser et spill hvor man kan oppnå 19 poeng ved å følge stien der nodene gir henholdsvis 3, 1, 4, 2, 2 og 7 poeng. Det er ikke mulig å oppnå mer enn 19 poeng.

Vi skal nå definere et språk EXPLEX som er basert på spillet Explex. La  $G$  være en rettet graf der hver node  $a$  er tilordnet et naturlig tall  $v(a)$ . La  $s$  være en node i  $G$ . Vi sier at  $G$  med start i  $s$  gir  $k$  poeng når det finnes noder  $a_1, a_2, \dots, a_n$  i  $G$  slik at

- $s = a_1$
- $(a_i, a_{i+1})$  er en kant i  $G$  når  $1 \leq i < n$
- $a_i \neq a_j$  når  $1 \leq i \leq n$  og  $1 \leq j \leq n$  og  $i \neq j$
- $\sum_{i=1}^n v(a_i) \geq k$

La  $EXPLEX = \{\langle G, s, k \rangle \mid G \text{ med start i } s \text{ gir } k \text{ poeng}\}$ . Språket EXPLEX er i NP.

**OPPGAVE:** Vis at EXPLEX er NP-komplett ved å redusere et kjent NP-komplett språk til EXPLEX. (Du skal ikke vise at EXPLEX er i NP. Språket du reduserer til EXPLEX skal være omtalt i Sipers pensumbok.)

Format
-
**B**
*I*
U
 $x_2$ 
 $x^2$ 
 $\int_x$ 
✂
📄
🔍
↩
➡
🔄
⋮
⋮
Ω
📊
✎
Σ
ABC
✖

Words: 0

Maks poeng: 20