ØV11 — FIR filtere

Innleveringsfrist: **26. november** 2021.

Ukeoppgavene skal løses selvstendig og vurderes i øvingstimene. Det forventes at alle har satt seg inn i fagets øvingsopplegg og godkjenningskrav for øvinger. Dette er beskrevet påhjemmesiden til IN3190:
`http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/IN3190/h21/informasjon-om-ovingsopplegget/`

Oppgave 1— Tema: FIR filter.
Exercise 10.28 from Manolakis & Ingle: 2 Points

a

28. Design a lowpass FIR filter to satisfy the specifications: $\omega_p = 0.3\pi$, $A_p = 0.5$ dB, $\omega_s = 0.5\pi$, and $A_s = 50$ dB.
    (a) Use an appropriate fixed window to obtain a minimum length linear-phase filter. Provide a plot similar to Figure 10.12.
    (b) Repeat (a) using the Kaiser window and compare the lengths of the resulting filters.

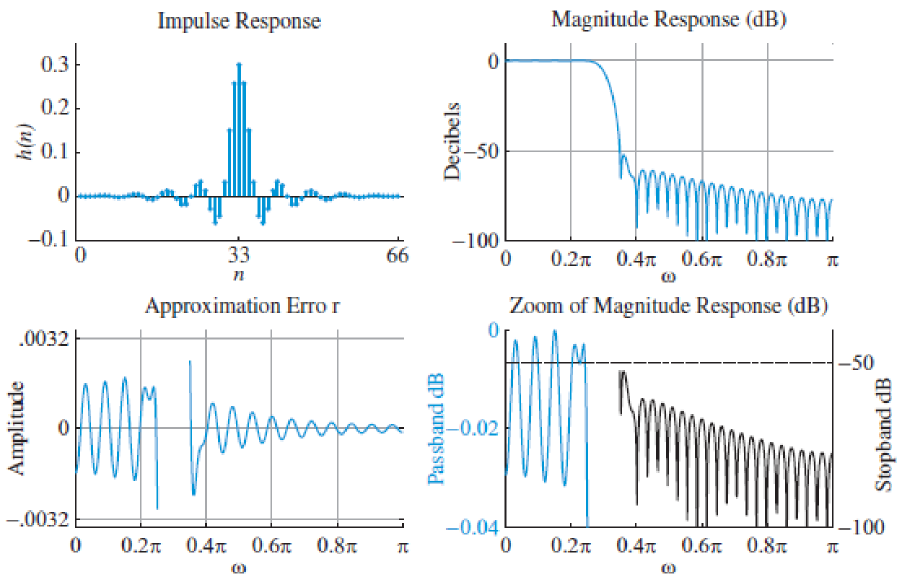


Figure 10.12 Impulse, approximation error, and magnitude response plots of the filter designed in Example 10.2 using a Hamming window to satisfy specifications: $\omega_p = 0.25\pi$, $\omega_s = 0.35\pi$, $A_p = 0.1$ dB, and $A_s = 50$ dB.

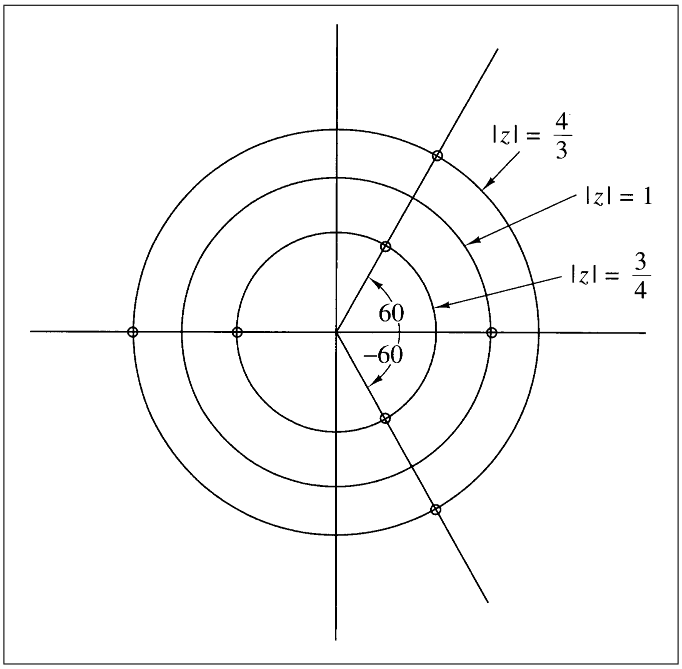
b) hint: use Matlab to determine the filter order.

Oppgave 2 **Vekt:0.5**

Betrakt pol-nullpunktsplottet vist i figuren under.

a) Avgjør og begrunn om det representerer et FIR filter.

b) Avgjør og begrunn om systemet har lineær fase.



$\boxed{\text{a) FIR}}$, $\boxed{\text{b) Linear phase}}$

Oppgave 3 **Vekt:2.5**

Oppgave 2 Filter design

Anta at et en ønsker å finne en tilnærming til et ideellt lavpassfilter med følgende spesifikasjon:

$$|H_d(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & \text{for } |\omega| < \pi/2 \\ 0 & \text{for } \pi/2 \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

2-a

Filteret skal være et kausalt FIR-filter av lengde N (partall). For hvilke verdier av n må $h[n]$ da finnes?

2-b

Anta at filteret også skal ha lineær fase. Hvilke(n) type(r) filter kan brukes, type I, II, III eller IV?

Hva blir gruppetidsforsinkelsen til filteret?

2-c

Anta at en designer filteret ved å ta

$$h[n] = DFT^{-1}(H_d[k])$$

Hva blir $H_d[k]$ for $k = 0, \cdots, N-1$ når filteret skal være som over, dvs av lengde N (partall), kausalt og med lineær fase?

2-d

Lag en skisse over frekvensresponsen til filteret, $H(e^{j\omega})$, det vil si dens amplitude og fase. Angi ved hvilke frekvenser det blir størst feil i henholdsvis amplitude og fase i forhold til $H_d(e^{j\omega})$.

2-e

Anta så at en finner impulsresponsen ved formelen over, altså en N-punkts invers DFT av sampler av ønsket frekvensrespons. Hvilke egenskaper forventer du at $h[n]$ skal ha?

Hva blir $h[n]$?

a) Causal, FIR, length N (N is even). $h[n]$ has length N and is right-sided. $h[n] \neq 0$ for $n = 0, \ldots, N-1$

b) Type II filter. $\tau(\omega) = (N-1)/2$

c) $$H_d[k] = \begin{cases} e^{-j\pi\frac{N-1}{N}k} & \text{for } k = 0, \ldots, N/4-1 \\ 0 & \text{for } k = N/4, \ldots, 3N/4 \\ e^{-j\left(\pi\frac{N-1}{N}k - \pi(N-1)\right)} & \text{for } k = 3N/4+1, \ldots, N-1 \end{cases}$$

d) Largest amplitude error: at each end of the transition band, that is: $\omega_1 \approx \frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}\frac{2\pi}{N}, \omega_2 \approx \frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\frac{2\pi}{N}$.
Symmetry $\Rightarrow$ No phase error.

e) Expect $h[n]$ to be real and symmetric around $M/2$.
$h[n] = h_1[n-(N-1)/2] = \frac{1}{N}\frac{\sin\frac{\pi}{N}(N/2-1)(n-(N-1)/2)}{\sin\frac{\pi}{N}(n-(N-1)/2)},\ n = 0, \ldots, N-1$

Oppgave 4 **Points: 3**

Oppgave 2 Konstruksjon av FIR-filter

2-a

Et ideelt båndstoppfilter er gitt ved frekvensresponsen

$$H_d\left(e^{j\omega}\right) = \begin{cases} 1 & ; \quad |\omega| \le \omega_0, |\omega| \ge \omega_1 \\ 0 & ; \quad \omega_0 < |\omega| < \omega_1 \end{cases}$$

der $0 < \omega_0 < \omega_1 < \pi$, og $|\omega| \le \pi$.

Finn impulsresponsen $h_d[n]$ til dette filteret.

2-b

En $M+1$-punkts kausal tilnærming kan lages ved hjelp av et vindu $w[n]$,

$$h[n] = h_d\left[n - \frac{M}{2}\right] w[n]; \; n = 0, \ldots, M$$

(idet vi antar at M er et like tall.) Vis hva fasen til et slikt filter blir. Hva blir gruppeforsinkelsen? Lag en skisse av absoluttverdien til frekvensresponsen til et slikt filter der h_d er avledet av frekvensresponsen i oppgave 2-a.

2-c

Knekkfrekvensene skal være $\omega_0 = \pi/3$ og $\omega_1 = 2\pi/3$. Diskuter valg av vinduslengde for rektangulært vindu og Hammingvindu ut fra et krav om god dempning i midten av stoppbåndet.

Oppgave 5 **Points: 2**

I denne oppgaven skal du designe et enkelt reelt diskret filter som slipper igjennom frekvensen $w = \pi/4$ uten demping og stopper frekvensen $w = \pi/2$.

a) Hvilke krav gir dette til filterets frekvensrespons, $H(w)$.

b) Bestem filterets systemfunksjon, $H(z)$.

c) Hva blir filterets impulsrespons, $h(n)$.