INEC1800 – ØKONOMI, FINANS OG REGNSKAP

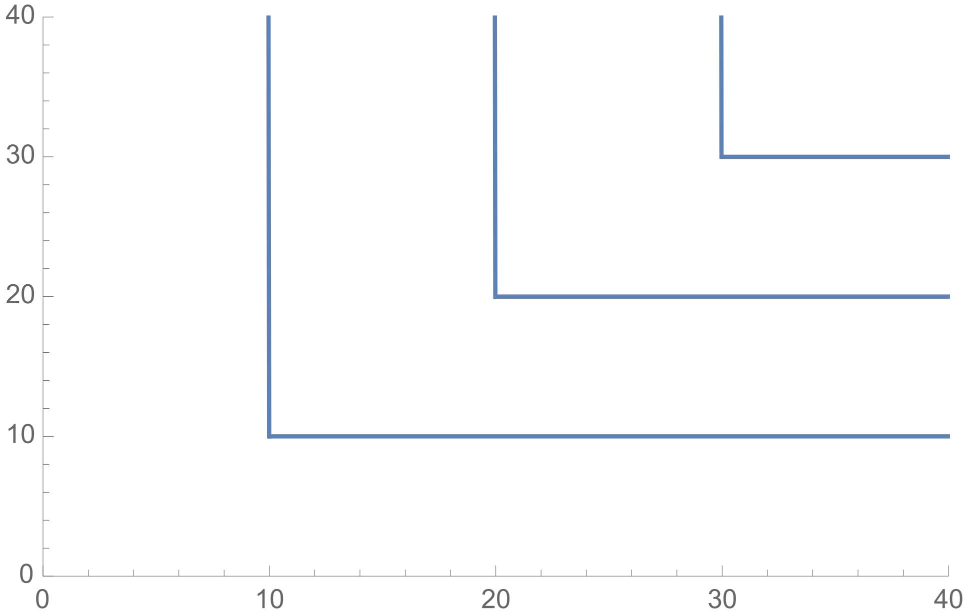
EINAR BELSOM

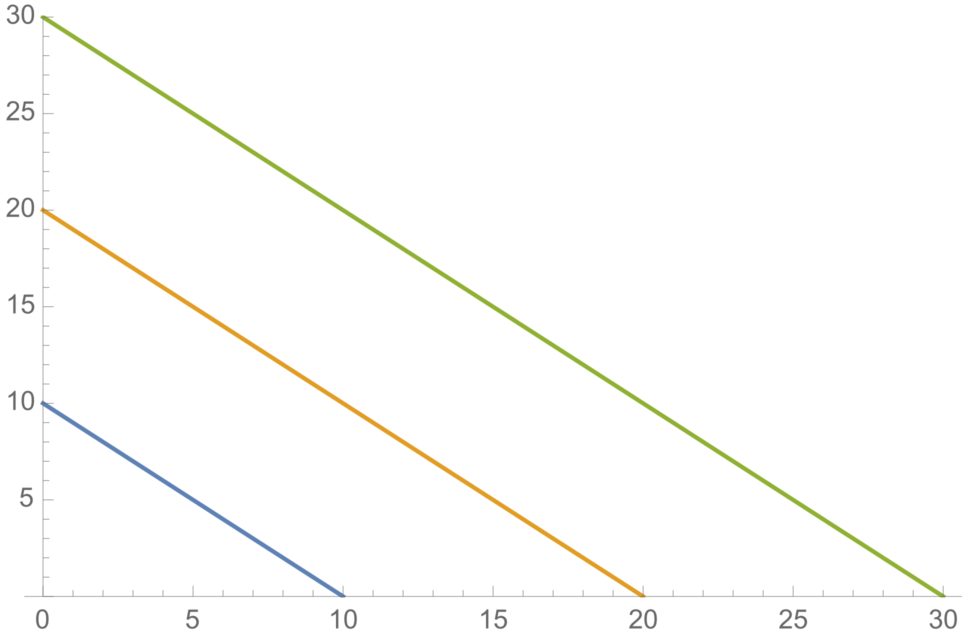
HØST 2019

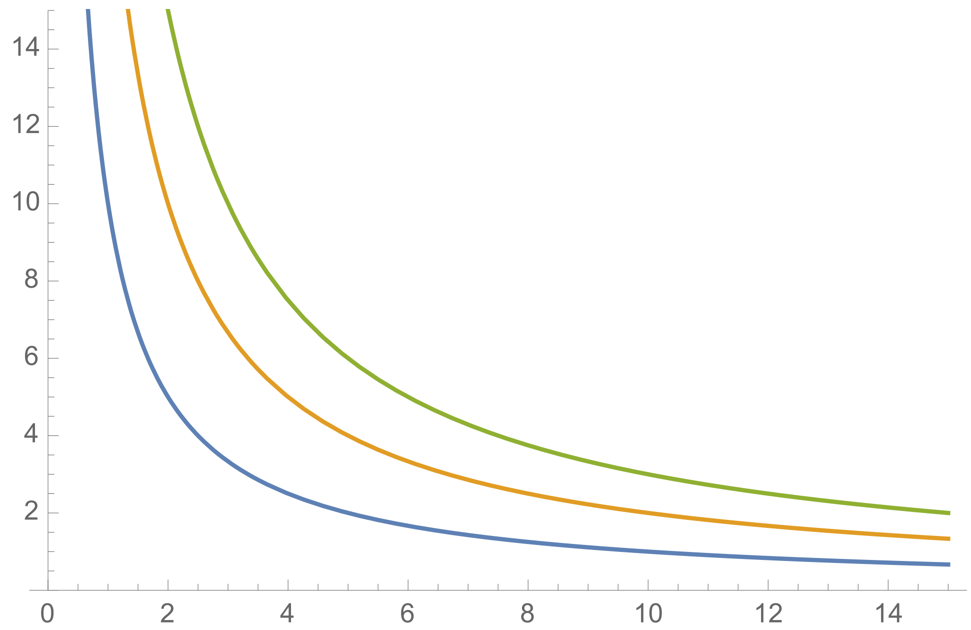
LØSNING TIL OPPGAVESETT III

Oppgave 1: Isokvanter, MRTS og skalaavkastning.

a) Figurene under viser isokvantene.







b) Den marginale tekniske substitusjonsraten, MRTS, er absoluttverdien til stigningen til isokvantene. For F_1 er den ikke entydig definert for $K = L$. For $K > L$ er den uendelig. For $K < L$ er den 0. For F_2 er den 1. For F_3 er den K/L.

c) Vi har at $F_1(\alpha K, \alpha L) = min\{\alpha K, \alpha L\} = \alpha \cdot min\{K, L\} = \alpha F_1(K, L)$ som innebærer konstant skalaavkastning. Vi har $F_2(\alpha K, \alpha L) = \alpha K + \alpha L = \alpha(K + L) = \alpha F_2(K, L)$ som også innebærer konstant skalaavkastning. Vi har $F_3(\alpha K, \alpha L) = \alpha K \alpha L = \alpha^2 KL = \alpha^2 F_3(K, L)$. Siden $\alpha^2 > \alpha$ for $\alpha > 1$ har vi at $F_3(\alpha K, \alpha L) > \alpha F_3(K, L)$ når $\alpha > 1$ og dermed økende skalaavkastning.

d) For F_2: $MP_K = MP_L = 1$, $AP_K = \frac{K+L}{K}$, $AP_L = \frac{K+L}{L}$ For F_3: $MP_K = L$, $MP_L = K$, $AP_K = \frac{KL}{K} = L$, $AP_L = \frac{KL}{L} = K$.

e) F_1passer når det er et fast forhold mellom kapitalutstyr og arbeidskraft slik som nå hver arbeider trenger en bestemt maskin for å kunne gjøre produktivt arbeid. F_2 utrykker en konstant MRTS slik at det er et fast antall av den ene innsatsfaktoren som kan substitueres for den andre. F_3 har fallende MRTS.

Oppgave 2: Cobb-Douglas produksjon, etterspørsel, skalaavkastning og kostnadsfunksjon

a) Optimal tilpasning har vi når den marginale substitusjonsraten er lik prisforholdet:

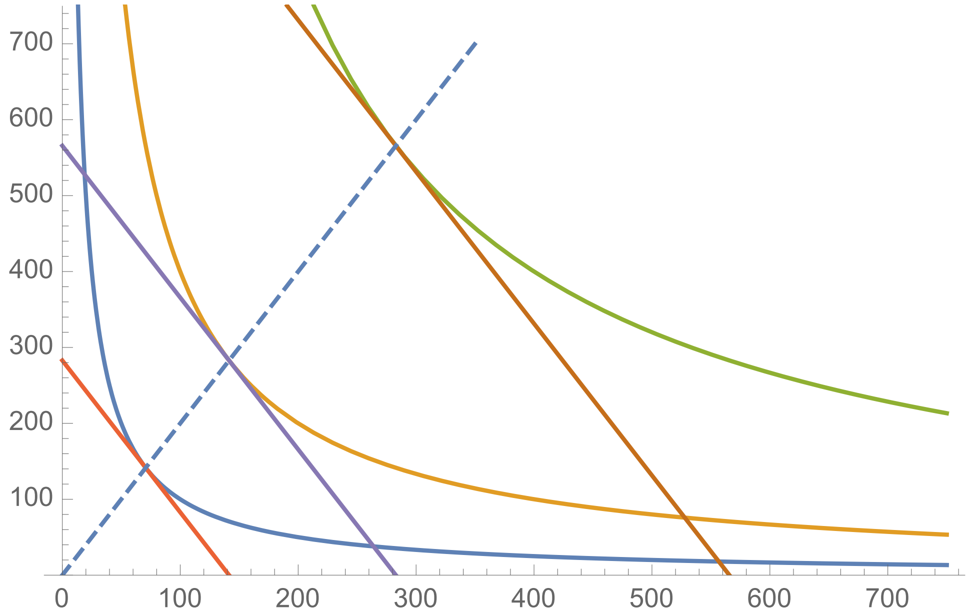
$$MRTS = \frac{0{,}5K^{0{,}5}L^{-0{,}5}}{0{,}5K^{-0{,}5}L^{0{,}5}} = \frac{K}{L} = \frac{w}{r} = \frac{20}{10} \Rightarrow K = 2L$$

$$\sqrt{KL} = 100 \Rightarrow KL = 10000 \Rightarrow 2LL = 10000 \Rightarrow L = \sqrt{5000} \Rightarrow K = 2\sqrt{5000}$$

$$\sqrt{KL} = 200 \Rightarrow KL = 40000 \Rightarrow 2LL = 40000 \Rightarrow L = \sqrt{20000} \Rightarrow K = 2\sqrt{20000}$$

$$\sqrt{KL} = 400 \Rightarrow KL = 160000 \Rightarrow 2LL = 160000 \Rightarrow L = \sqrt{80000} \Rightarrow K = 2\sqrt{80000}$$

b) Figuren under illustrerer tilpasningene ved ulike produksjonsnivåer. Ekspansjonsbanen blir en rett linje her ettersom forholdet mellom innsatsfaktorene er konstant når produksjonen øker. Den er illustrert med den stiplede linjen.



c) $C(100) = 10 \cdot 2\sqrt{5000} + 20 \cdot \sqrt{5000} = 40\sqrt{5000}$

$$C(200) = 10 \cdot 2\sqrt{20000} + 20 \cdot \sqrt{20000} = 40\sqrt{20000} = 2 \cdot 40\sqrt{5000}$$

$$C(400) = 10 \cdot 2\sqrt{80000} + 20 \cdot \sqrt{80000} = 40\sqrt{80000} = 4 \cdot 40\sqrt{5000}$$

Ser at gjennomsnittskostnaden er den samme for alle produksjonsnivåene og på $0{,}4\sqrt{5000}$. Dette blir også marginalkostnaden. Marginalkostnaden er den deriverte av de variable kostnadene. Funksjonen i mengden Q som har $0{,}4\sqrt{5000}$ som derivert er $C(Q) = 0{,}4\sqrt{5000}Q$. Gjennomsnittskostnaden kan uttrykkes som $AC(Q) = \frac{C(Q)}{Q} = \frac{0{,}4\sqrt{5000}Q}{Q} = 0{,}4\sqrt{5000}$.

d)

$$MRTS = \frac{K}{L} = \frac{w}{r} = \frac{21}{10} \Rightarrow K = 2{,}1L$$

$$\sqrt{KL} = 100 \Rightarrow KL = 10000 \Rightarrow 2.1LL \Rightarrow L = \sqrt{\frac{10000}{2.1}} \approx 69 \Rightarrow K = 2{,}1\sqrt{\frac{10000}{2.1}} \approx 145$$

Etterspørselen etter arbeid synker fra $\sqrt{5000} \approx 70{,}7$ til ca 69. Etterspørselen etter kapital øker fra $2\sqrt{5000} \approx 141{,}4$ til ca 145.

e) $F(\alpha K, \alpha L) = (\alpha K)^{0{,}5}(\alpha L)^{0{,}5} = \alpha^{0{,}5}\alpha^{0{,}5}K^{0{,}5}L^{0{,}5} = \alpha K^{0{,}5}L^{0{,}5} = \alpha F(K, L)$

f) Siden α er brukt som parameter i funksjonen, brukes γ til å skalere innsatsfaktorene. $F(\gamma K, \gamma L) = a(\gamma K)^{\alpha}(\gamma L)^{\beta} = \gamma^{\alpha+\beta} a K^{\alpha} L^{\beta} = \gamma^{\alpha+\beta} F(K, L)$. For $\alpha + \beta = 1$ har vi $F(\gamma K, \gamma L) = \gamma F(K, L)$ og konstant skalaavkastning. For $\alpha + \beta > 1$ har vi at $\gamma^{\alpha+\beta} > \gamma$

gitt at $\gamma > 1$og dermed økende skalaavkastning. Når $\alpha + \beta < 1$ har vi at $\gamma^{\alpha+\beta} < \gamma$ gitt at $\gamma > 1$og dermed avtagende skalaavkastning