Løsningsforslag og forklaring av ulike oppgaver

Høst 2018

Oppgave Y (14%)

b

I denne deloppgaven får du oppgitt bedriftens marginalkostnader, men det er antakeligvis bare for å lure deg. Du trenger ikke å vite noe om marginalkostnader for å finne skalaavkastningen, du trenger kun å kunne produksjonsfunksjonen $F(K, L)$.

Tenk at vi har følgende produksjonsfunksjon: $F(K, L) = 8K + 4L$.
Husk igjen at dette er en funksjon som finner mengde produsert, gitt enheter av arbeid og kapital, slik at $Q = F(K, L)$.
Noe som da er interessant å se på er hvordan produsert mengde øker ved en økning av innsatsfaktorene. For eksempel kan man stille spørsmålet: hva skjer med produsert mengde dersom man dobler innsatsfaktorene? Vil produsert mengde...

- også bli doblet?
- bli *mer* enn doblet?
- bli *mindre* enn doblet?

I tilfellet med vår $F(K, L) = 8K + 4L$ kan vi gjøre følgende:

$$\begin{aligned} F(K, L) = 8K + 4L \Rightarrow \overbrace{F(2K, 2L)}^{\text{Ja, det er matematisk helt OK å gjøre dette}} &= 8 \cdot 2K + 4 \cdot 2L \\ &= 16K + 8L \end{aligned}$$

Legg så merke til at dette kan faktoriseres ved å sette 2 utenfor en parentes:

$$16K + 8L = 2 \cdot \overbrace{(8K + 4L)}^{\text{Dette er jo } F(K,L)!}$$

Og så må man huske at $F(K, L) = 8K + 4L$, og man ender opp med følgende resultat:

$$F(2K, 2L) = 2 \cdot F(K, L)$$

I dette tilfellet førte altså en dobling av innsatsfaktorene til en dobling av produsert mengde!

Mer generelt, med riktige fagbegreper, har vi følgende:

$$\begin{aligned}
\text{Konstant skalaavkastning:} &\quad F(\alpha K, \alpha L) = \alpha \cdot F(K, L) \\
\text{Økende skalaavkastning:} &\quad F(\alpha K, \alpha L) > \alpha \cdot F(K, L) \quad , \quad \alpha > 1 \\
\text{Avtagende skalaavkastning:} &\quad F(\alpha K, \alpha L) < \alpha \cdot F(K, L) \quad , \quad \alpha > 1
\end{aligned}$$

Med konstant skalaavkastning vil en dobling i innsatsfaktorene vil doble produsert mengde, noe som vi så i vårt eksempel i stad. Med økende skalaavkastning vil en dobling i innsatsfaktorene *mer* enn doble produksjonen. Med avtagende skalaavkastning vil en dobling i innsatsfaktorene gi *mindre* enn doblet produksjon.

I oppgaven var produksjonsfunksjonen: $\qquad F(K, L) = \sqrt{K \cdot L}$

Vi kan løse dette ved å bare sette inn en variabel (*fordi det trenger ikke å nødvendigvis være spesifikt en dobling*).

$$\begin{aligned}
F(K, L) = \sqrt{K \cdot L} \Rightarrow F(\alpha K, \alpha L) &= \sqrt{\alpha K \cdot \alpha L} \\
&= \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{K \cdot L} \\
&= \alpha \underbrace{\sqrt{K \cdot L}}_{\text{Husker at dette er } F(K,L)} \\
&= \underline{\underline{\alpha \cdot F(K, L)}}
\end{aligned}$$

Vi ser da altså at denne produksjonsfunksjonen gir konstant skalaavkastning.

Januar 2020

Oppgave X (14%)

b

$$\max_{x_1,x_2} \quad U(x_1,x_2) = x_1 \cdot x_2$$
$$\text{S.T.} \quad 10x_1 + 12x_2 = I$$

Metode 1: løse for en av variablene og substituere inn i nyttefunksjonen

$$10x_1 + 12x_2 = I \Rightarrow x_1 = \frac{I - 12x_2}{10} = \frac{I}{10} - \frac{6x_2}{5}$$

$$U = x_1 \cdot x_2 = x_2\left(\frac{I}{10} - \frac{6x_2}{5}\right) = \frac{I \cdot x_2}{10} - \frac{6x_2^2}{5}$$

$$\overbrace{\frac{dU}{dx_2}}^{U \text{ derivert med hensyn på } x_2} = \underbrace{\frac{I}{10} - \frac{12x_2}{5} = 0}_{\text{Maksimert når derivert er lik null}}$$

$$\Rightarrow \frac{12x_2}{5} = \frac{I}{10}$$
$$\Rightarrow x_2 = \frac{I}{10} \cdot \frac{5}{12} = \underline{\underline{\frac{I}{24}}}$$

Nå som vi vet dette kan vi egentlig bare sette det rett inn i budsjettligningen.

$$10x_1 + \overbrace{12 \cdot \frac{I}{24}}^{0{,}5I} = I$$
$$\Rightarrow 10x_1 = \frac{I}{2}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \frac{I}{20}}}$$

Se neste side for metode 2...

Metode 2: MRS lik prisforholdet

Finner MRS (*marginal substitusjonsrate*) på følgende måte:

$$
\begin{aligned}
U &= x_1 \cdot x_2 \\
\Rightarrow x_2 &= \frac{U}{x_1} \\
\text{MRS} &= \overbrace{-}^{\text{Husk!}} \underbrace{\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)}_{\text{Derivert av } x_2 \text{ med hensyn på } x_1\text{, tenker at } U \text{ er konstant!}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{MRS} = -\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{d}{dx_1}\overbrace{\left(\frac{U}{x_1}\right)}^{\text{Husk at: } \frac{1}{x}=x^{-1}} &= -\left(-\frac{U}{x_1^2}\right) \\
&= \frac{\overbrace{U}^{\text{Husk at: } U=x_1\cdot x_2}}{x_1^2} \\
&= \frac{x_1 \cdot x_2}{x_1^2} \\
&= \frac{x_2}{x_1}
\end{aligned}
$$

Vi har funnet MRS, og den skal være lik prisforholdet mellom godene:

$$
\begin{aligned}
\text{MRS} &= \frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} \\
\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} &= \frac{10}{12} \\
\Rightarrow x_2 &= \frac{5}{6}x_1
\end{aligned}
$$

Vi kan så sette dette inn i budsjettligningen:

Fortsetter på neste side...

$$
\begin{aligned}
&\overbrace{10x_1 + 12 \cdot \frac{5}{6}}^{10x_1}x_1 = I \\
\Rightarrow\ & 20x_1 = I \\
\Rightarrow\ & \underline{\underline{x_1 = \frac{I}{20}}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overbrace{10 \cdot \left(\frac{I}{20}\right)}^{0{,}5I} + 12x_2 = I \\
\Rightarrow\ & 12x_2 = \frac{I}{2} \\
\Rightarrow\ & \underline{\underline{x_2 = \frac{I}{24}}}
\end{aligned}
$$

Når det gjelder det å klassifisere dem som mindreverdige goder eller normalgoder, så må man huske på hva det betyr. Et mindreverdig gode er et hvor etterspørselen går ned når inntekten går opp. Et eksempel på det kan kanskje være billige First Price-produkter. Etterspørselen til et normalgode vil derimot øke når inntekten øker. Et eksempel på det kan godt være sushi (dersom man liker det, sånn som meg).

$$x_1 = \frac{I}{20} = 0,05 \cdot I \tag{1}$$

$$x_2 = \frac{I}{24} \approx 0,04 \cdot I \tag{2}$$

Vi ser ut fra disse ligningene at konsumenten kommer til å konsumere mer av både gode 1 og gode 2 dersom inntekten deres øker. Dette er enda mer klart når vi deriverer disse funksjonene med hensyn på inntekten.

$$\frac{dx_1}{dI} = \frac{1}{20} = 0,05 \tag{1}$$

$$\frac{dx_2}{dI} = \frac{1}{24} \approx 0,04 \tag{2}$$

Siden de deriverte (stigningstallene) er over 0, kan vi være sikre på at konsumenten definitivt kommer til å konsumere mer når inntekten øker.

Begge godene er altså **normalgoder**.