INEC1800 – ØKONOMI, FINANS OG REGNSKAP

EINAR BELSOM

HØST 2020

FORELESNINGSNOTAT 2

Konsumteori*

Dette notatet oppsummerer siste tre timer av den andre forelesningen. (Første time ble brukt til å repetere litt og diskutere temaer som er dekt i siste del av det første forelesningsnotatet.) Notatet introduserer grunnleggende konsumteori. Det er den økonomiske teorien om individets adferd. Framstillingen bygger i det alt vesentlige på kapitel 4 i læreboken (Baye, Prince 2017).

Preferanser

Konsumentens preferanser bestemmer hvilke goder hun/han vil velge å kjøpe innenfor rammen av tilgjengelig budsjett. At en kombinasjon av ulike goder, A, foretrekkes framfor en godekombinasjon B, kan formuleres som $A \succ B$. Merk at det ikke er et vanlig ulikhetstegn ettersom vi ikke kan si at en godekombinasjon er større enn en annen. Dersom konsumenten mener to godekombinasjoner er likeverdige, slik at konsumenten er indifferent mellom dem, skriver vi $A \sim B$. Normale antagelser om konsumentenes preferanser er som følger:

> *Kompletthet:* For alle godekombinasjoner A og B, så er $A \succ B$, $B \succ A$ eller $A \sim B$. Det vil si at konsumenten har evne til å rangere alle godekombinasjoner.
>
> *Umettelighet:* Dersom godekombinasjon A inneholder alt som godekombinasjon B inneholder, men også mer av minst ett gode, så $A \succ B$. Det vil si at konsumenten alltid foretrekker mer.
>
> *Transitivitet:* Dersom $A \succ B$ og $B \succ C$ så $A \succ C$, og dersom $A \sim B$ og $B \sim C$, så $A \sim C$. Denne forutsetningen innebærer logisk konsistens i rangering av godekombinasjoner.
>
> *Avtagende marginal substitusjonsrate:* Jo mer av et gode konsumenten har, desto mindre av et annet gode er konsumenten villig til å ofre for å få en enhet mer av godet. Altså jo mer konsumenten har at et gode, desto mindre er det verdt å få enda mer og konsumenten har en tendens til å konsumere balansert. (For eksempel foretrekker konsumenten gjerne kombinasjonen av drikke og pizza heller enn bare drikke eller bare pizza.)

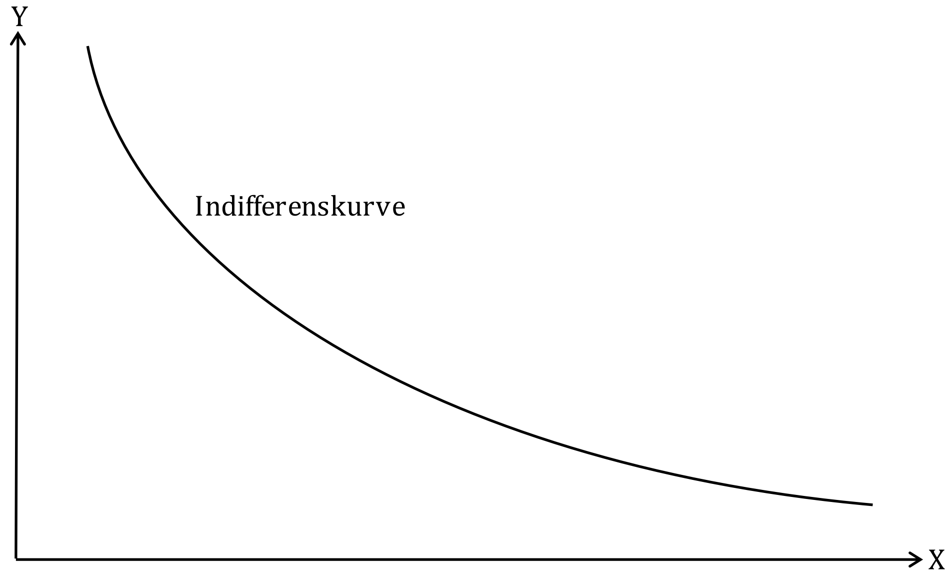
Konsumentens villighet til å substituere et gode for et annet kan illustreres med *indifferenskurver* som viser alle kombinasjoner av to goder som konsumenten mener er like bra. Indifferenskurven i figuren under viser kombinasjoner av godene X og Y som konsumenten mener er like bra. Forutsetningen om kompletthet betyr at det vil eksistere slike kurver. Umettelighet innebærer at stigningen til kurven alltid må være negativ. Avtagende marginal substitusjonsrate innebærer at kurven vil bue inn mot origo som i figuren. Slike kurver har egenskapen at absoluttverdien til stigningen er avtagende. Og transitivitet innebærer at ulike indifferenskurver aldri kan krysse hverandre.

---

* Forelesningsnotatet bygger på temaer diskutert i lærebokens kapittel 4.

Konsumentens preferanser kan representeres ved såkalte nyttefunksjoner. Et eksempel er $U(X,Y) = X^{0,4}Y^{0,3}$. Vi tenker da at mengdene X og Y av de to godene gir et nivå av nytte, U. En indifferenskurve finner vi da ved å kreve at nytten skal være på et gitt nivå. La oss si at dette nivået er U^*. Da kan vi finne et uttrykk for indifferenskurven:

$$U(X,Y) = X^{0,4}Y^{0,3} = U^* \Rightarrow Y = \left(\frac{U^*}{X^{0,4}}\right)^{\frac{10}{3}}$$



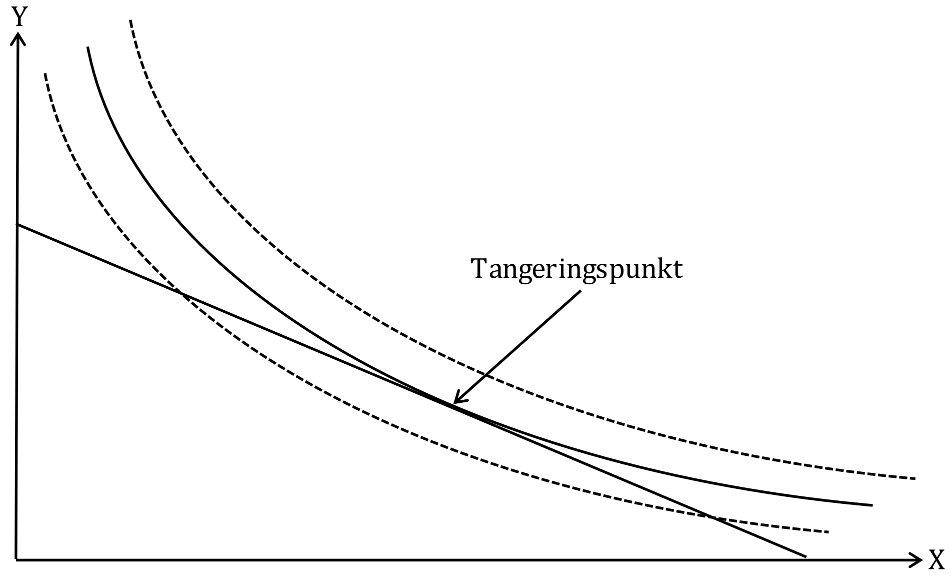
Absoluttverdien av stigningen til indifferenskurven uttrykker hvor mye av gode Y konsumenten er villig til å ofre for en ekstra enhet av gode X. Det er *den marginale substitusjonsraten* (MRS).

Merk at når nyttefunksjoner brukes til å representere preferanser, er det ofte bare funksjonens evne til å rangere godekombinasjoner som er i fokus. Forskjeller i funksjonsverdi uttrykker da ikke noe klart mål på hvor mye bedre konsumenten mener en godekombinasjon er i forhold til en annen. Vi bruker begrepet *ordinal nytte* for å påpeke at vi ikke legger inn en tolkning om at nyttefunksjonen uttrykker forskjeller i grad av lykke. Da vil (uendelig) mange ulike nyttefunksjoner kunne representere de samme preferansene. For eksempel ville $U(X,Y) = 10X^{0,4}Y^{0,3}$, $U(X,Y) = \sqrt{X^{0,4}Y^{0,3}}$ eller $U(X,Y) = \ln(X^{0,4}Y^{0,3})$ representere samme preferanser som $U(X,Y) = X^{0,4}Y^{0,3}$, ettersom de ville rangere godekombinasjoner likt. Generelt har vi at dersom $U(X,Y)$ representerer preferansene så vil også $G\big(U(X,Y)\big)$, der $G(\cdot)$ er en vilkårlig, monotont økende funksjon, altså en funksjon med positiv derivert i hele det aktuelle området, representere preferansene. I det ligger det også at de vil gi like indifferenskurver. Altså at for hver godekombinasjon så vil indifferenskurven gjennom punktet være identisk for alle nyttefunksjoner som representerer preferansene.

Optimal tilpasning

Anta at konsumenten har beløpet M tilgjengelig for å kjøpe mengdene X og Y av to goder. Dersom konsumenten bruker alle pengene på de to godene, vil mengdene være begrenset av sammenhengen $P_X X + P_Y Y = M$, der P_X og P_Y er prisene på de to godene. Dersom vi omformer slik at vi tydelig har Y som funksjon av X, får vi: $Y = \frac{M}{P_Y} - \frac{P_X}{P_Y}X$. Denne linjen uttrykker altså alle kombinasjoner av godene som til sammen koster M. Vi kaller den *budsjettlinjen*.

Figuren under viser hvordan konsumenten vil tilpasse seg med sikte på å velge den best mulige godekombinasjonen. Det gjelder å finne kombinasjonen på budsjettlinjen som ligger på en indifferenskurve lengst mulig ut fra origo. Som vi ser av figuren vil det punktet måtte være et punkt på en indifferenskurve som tangerer budsjettlinjen. I figuren er det også to andre indifferenskurver. Valg av en godekombinasjon som ligger på den innerste, men på budsjett-linjen, vil være ineffektivt. Konsumenten foretrekker jo å konsumere slik at nytten tilsvarer den heltrukne indifferenskurven. Den ytterste indifferenskurven kan ikke konsumenten nå med sin begrensede inntekt.



I tangeringspunktet mellom budsjettlinjen og den optimale indifferenskurven må stigningen til indifferenskurven og budsjettlinjen være lik. Det vil si[†]:

$$MRS = \frac{P_X}{P_Y}$$

[†] Det følgende er orienteringsstoff. Rent matematisk kan sammenhengen utledes som følger. Konsumenten vil søke å maksimere nytten, $U(X,Y)$, under begrensningen $P_X X + P_Y Y = M$. Dette maksimeringsproblemet kan løses ved å løse begrensningen for en variabel, substituere for den variabelen i nyttefunksjonen, derivere nytte-funksjonen med hensyn på den ene variabelen som nå driver den, og kreve at den derivert skal være null. Den tilnærmingen fungerer når begrensningen kan løses for variable. Det er ikke alltid tilfellet. En metode som fungerer mer generelt kalles for Lagranges metode. Vi definerer da en ny funksjon som består av den funksjonen vi skal maksimere, eller minimere, og så trekker vi fra en multiplikator, for eksempel λ, ganger forskjellen mellom venstre og høyre side i begrensningen, som jo skal være tallet null til slutt. Vi har da $\mathcal{L} = U(X,Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - M)$. For å finne optimalpunktet, deriverer vi med hensyn på de opprinnelige variablene, som her er X og Y samt multiplikatoren, og krever at de deriverte skal være null. Her gir det: $\frac{\partial U}{\partial X} - \lambda P_X = 0, \frac{\partial U}{\partial Y} - \lambda P_Y = 0$ og $P_X X + P_Y Y - M = 0$. De to første likningene gir $\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{P_X} = \lambda = \frac{\frac{\partial U}{\partial Y}}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} = \frac{P_X}{P_Y}$. For å vise at venstre side i den siste likningen er MRS, kan vi utlede uttrykket for stigningen til indifferenskurven. Vi har da at nytten skal være på et konstant nivå, det vil si $U(X,Y) = k$. Det totale differensialet av venstre side skal da være lik null (ettersom vi ser etter kombinasjoner av marginale endringer i X og Y, altså dX og dY, som ikke endrer nyttenivået). Det kan vi uttrykke slik: $\frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY = 0$. Det gir: $\frac{dY}{dX} = -\frac{\partial U}{\partial X} \Big/ \frac{\partial U}{\partial Y}$. Her er venstre side stigningen til indifferenskurven. Siden MRS er absoluttverdien til stigningen er det nå klart at $\frac{\partial U}{\partial X} \Big/ \frac{\partial U}{\partial Y} = MRS$.

Regneeksempel – nyttemaksimering

Anta at en konsument med nyttefunksjon $U(x, y) = x \cdot y$, der x er mengde av gode X og y er mengde av gode Y har inntekt på 3000 som kan brukes på godene som har priser $P_X = 15$ og $P_Y = 10$. Nyttemaksimeringsproblemet kan uttrykkes som:

$$\max_{x,y} U(x, y) = x \cdot y$$
$$s.t.\ 15x + 10y = 3000$$

Konsumenten søker å maksimere nytte, ved å velge mengdene x, y gitt at (such that, subject to) budsjettbegrensningen skal holde. I det følgende vises tre ulike tilnærminger til å løse denne typen problemer. Den tredje bygger på matematikk som ligger hinsides forventningene til studenter i emnet, men er tatt med for å gi et inntrykk av hvilken metodikk som kan løse mer kompliserte problemer.

1. *Substitusjon*

   Løser begrensningen for én variabel:
   $$15x + 10y = 3000 \Rightarrow y = 300 - 1{,}5x$$
   Substituerer inn i målfunksjonen:
   $$U = x \cdot y = x(300 - 1{,}5x)$$
   Finner maksimum ved å kreve at den deriverte skal være null:
   $$\frac{dU}{dx} = 300 - 3x = 0 \Rightarrow x = 100$$
   Mengden av det andre godet blir:
   $$y = 300 - 1{,}5 \cdot 100 = 150$$
   Vi har nå funnet mengden av det to godene som maksimerer nytten. Nytten blir $U = 100 \cdot 150 = 15000$.

2. *Marginal substitusjonsrate er lik prisforholdet*

   Vi vil utnytte at:
   $$MRS = \frac{P_X}{P_Y}$$
   For å finne MRS, skriver vi først målfunksjonen som funksjon av y:
   $$U = x \cdot y \Rightarrow y = \frac{U}{x}$$
   For hver gitt U gir nå funksjonen en indifferenskurve. MRS er minus stigningen til indifferenskurven som vi finner ved å derivere:
   $$-\frac{dy}{dx} = -\left(-\frac{U}{x^2}\right) = \frac{U}{x^2}$$
   For å kunne uttrykke MRS basert på kun variablene x og y, substituerer vi $U = x \cdot y$:
   $$-\frac{dy}{dx} = \frac{x \cdot y}{x^2} = \frac{y}{x}$$
   Krever så at MRS skal være lik prisforholdet:
   $$\frac{y}{x} = \frac{15}{10} \Rightarrow y = 1{,}5x$$
   Utnytter budsjettbegrensningen og substituerer for y:
   $$15x + 10 \cdot 1{,}5x = 3000 \Rightarrow x = \frac{3000}{30} = 100$$

Finner mengden for det andre godet:

$$y = 1{,}5 \cdot 100 = 150$$

Løsningen blir naturligvis den samme som via substitusjon inn i målfunksjonen.

3. *Lagrange*

Dette avsnittet er orienteringsstoff. Løsning via substitusjon inn i målfunksjonen som gjennomført over forutsetter at det er mulig å løse begrensningen for en variabel som også finnes i målfunksjonen. For mer kompliserte problemer er det ikke alltid mulig. Men gitt at det bare er likhetsbegrensninger og vi ikke trenger å bekymre oss for at vi kan få løsninger der verdier til variable er «ulovlige», f.eks. negative mengder i et nyttemaksimeringsproblem, vil metodikken kalt Lagrange‡ kunne brukes direkte. Vi starter med å definere Lagrangefunksjonen for problemet. Her har vi:

$$\mathcal{L} = x \cdot y - \lambda(15x + 10y - 3000)$$

Lagrangefunksjonen består altså av målfunksjonen minus en multiplikator, λ, ganget med venstresiden til begrensningen når vi har ordnet begrensningen slik at høyresiden er null. Dermed vil verdien av Lagrangefunksjonen være lik målfunksjonen for alle variabelverdier som tilfredsstiller begrensningen. Poenget er nå at vi kan løse det originale problemet ved å finne maksimum for Lagrangefunksjonen. Formelt må vi da partiellderivere. Det vil si at vi deriverer for hver enkelt variabel mens vi betrakter alle andre variable som om de var konstanter. Hver partiellderivert uttrykker stigningen til funksjonen i retningen langs aksen som variabelen måles langs. Vi krever så at alle partiellderiverte er null ettersom funksjonen bare kan ha et maksimum (eller minimum) dersom den er flat i alle retninger. Her har vi:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = y - 15\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{y}{15}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = x - 10\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{x}{10}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 15x + 10y - 3000 = 0$$

De tre likningene utgjør førsteordensbetingelser for maksimum (og minimum). De to første kan lett kombineres:

$$\frac{y}{15} = \frac{x}{10} \Rightarrow y = 1{,}5x$$

Nå er det lett å utnytte den siste førsteordensbetingelsen som er budsjettbegrensingen:

$$15x + 10 \cdot 1{,}5x - 3000 = 0 \Rightarrow x = \frac{3000}{30} = 100$$

Og følgelig:

$$y = 1{,}5 \cdot 100 = 150$$

Igjen får vi samme løsning.

I beregningene over ga førsteordensbetingelsene optimal løsning og vi trengte ikke vurdere andreordensbetingelser. Det henger sammen med egenskapene til målfunksjonen sammen med begrensningen. I den typen problemer som er aktuelle i emnet vil de til sammen ha egen-

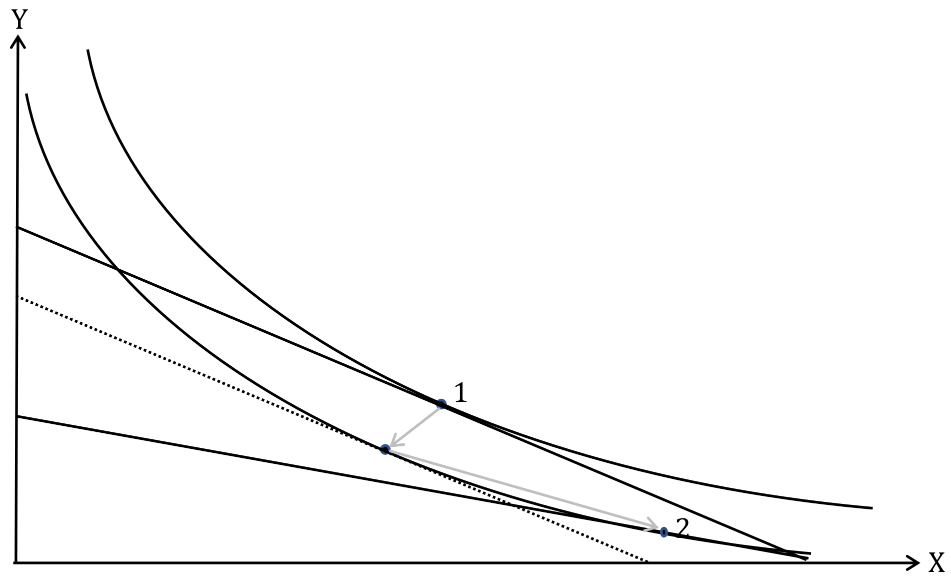
‡ Metoden ble utviklet av Joseph Louis Lagrange (1736-1813).

skaper slik at vi har det som kalles konvekse optimeringsproblemer. For slike problemer vil førsteordensbetingelsene alltid være tilstrekkelige for å finne løsningen.

Substitusjons og inntektseffekt

Konsumentens valg mellom goder er åpenbart avhengig av prisforholdet mellom godene. Ved optimal tilpasning er den marginale substitusjonsraten lik bytteforholdet mellom godene som uttrykt ved prisene i markedet. Når en pris endrer seg vil da konsumenten prinsipielt endre sine konsumvalg. Men endring av pris innebærer både at prisforholdet mot andre goder endrer seg og at det maksimale nyttenivået endrer seg. Vi kan skille mellom effekten av endret prisforhold ved konstant nytte som vi kaller *substitusjonseffekten*, og effekten av endret nyttenivå ved fast forholdstall mellom prisene, som vi kaller *inntektseffekten*. Figuren under illustrer dette for tilfellet der prisen på gode Y øker.

I figuren er opprinnelig tilpasning i punkt 1. Prisøkningen for gode Y gjør at budsjettlinjen blir flatere og konstantleddet blir lavere. Ny tilpasning blir i punktet 2. Men vi kan dele opp denne endringen i en komponent som går fra opprinnelig tilpasning til det punktet som tilsvarer nytt nyttenivå, men opprinnelig prisforhold mellom godene. Den stiplede budsjettlinjen er slik at den har samme stigning som den opprinnelige, men tangerer den nye indifferenskurven. Inntektseffekten kan vi da si endrer tilpasningen fra punkt 1 til tangeringspunktet mellom denne budsjettlinjen og den nye indifferenskuren. Substitusjonseffekten blir da den endringen i konsum av goder som skjer langs den nye indifferenskurven til punkt 2. (Det ville naturligvis også være mulig å definere substitusjon langs den opprinnelige indifferenskurven, for så å regne en inntektseffekt fra det punktet.)



Dersom Y var et mindreverdig gode, ville inntektseffekten isolert sett bidra til økt etterspørsel etter godet fra konsumenten. Rent teoretisk kan det tenkes tilfeller der inntektseffekten for et mindreverdig gode er sterkere enn substitusjonseffekten slik at netto effekt av en prisøkning blir en økt etterspørsel fra konsumenten. Da er det altså en positiv, ikke negativ sammenheng mellom pris og mengde. Det vil i tilfelle være et såkalt Giffen-gode. Det er uklart om slike goder finnes, og det er normalt å forutsette en negativ sammenheng mellom pris og mengde slik vi har gjort. (I figuren er både X og Y normalgoder ettersom redusert inntekt gir lavere etterspørsel etter begge.)

Regneeksempel – substitusjon og inntektseffekt

Anta at prisen for gode Y i regneeksempelet over øker til 15. Vi ønsker å finne endrede mengder som følge av substitusjon langs opprinnelig indifferenskurve og så innteksteffekt til ny optimal tilpasning for fast inntekt. Vi vet at indifferenskurven før prisendringen gir en nytte på 15000, slik at $x \cdot y = 15000$. Etter substitusjon er nytten som før, men tilpasningen gir likhet mellom MRS og det nye prisforholdet. Vi har da:

$$MRS = \frac{y}{x} = \frac{15}{15} \Rightarrow x = y$$

Setter inn i nyttefunksjonen for nytte på 15000 for å finne mengdene:

$$x \cdot x = 15000 \Rightarrow x = \sqrt{15000} \approx 122{,}5$$
$$y = x = \sqrt{15000} \approx 122{,}5$$

Substitusjonseffekten innebærer altså at mengden for Y reduseres fra 150 til ca. 122,5 mens mengden av X øker fra 100 til ca. 122,5.

Inntektseffekten kan vi nå finne ved å finne den nye tilpasningen gitt at inntekten ikke endres. Vi har da fremdeles at $x = y$, men i stedet for å holde nytten konstant, setter vi inn i budsjettbegrensningen for å finne optimale mengder ved konstant inntekt:

$$15x + 15x = 3000 \Rightarrow x = 100$$
$$y = x = 100$$

Vi ser at inntektseffekten reduserer både Y og X fra ca. 122,5 til 100. Merk at for godet der prisen ikke endres, altså X, er substitusjonseffekt og inntektseffekt motsatt rettet og like store slik at det ikke blir noen netto endring. Det vil gjelde for alle prisendringer for det andre godet med nyttefunksjon av typen i eksempelet. For Y innebærer både substitusjonseffekt og inntektseffekt her en reduksjon i mengde.

Avsluttende kommentarer

Etterspørselen en bedrift ser fra konsumenter blir summen av etterspørselen fra konsumentene. Men ettersom konsumenter er ulike, kan vi ikke utlede egenskapene til bedriftens etterspørsel direkte fra preferansene til den enkelte konsument. Noen konsumenter kan for eksempel opptre som om godet er mindreverdig mens andre opptrer som om det er et normalgode. Men bedriften kan utlede egenskaper til etterspørselen fra erfaring over tid.

Analysen over er nødvendigvis svært forenklet. Vi har opptrådt som om konsumenten har en bestemt inntekt som brukes for hver periode. Mer realistisk vil konsumenter låne eller spare i hver periode. Lån innebærer høyere konsum i perioden, men ettersom lånet skal betales tilbake, innebærer det lavere konsum i senere perioder. Omvendt for sparing. Denne typen beslutninger vil være avhengig av konsumentens tidspreferanser for konsum relatert til tidsverdien av penger. Noen vil kunne ofre konsum i denne perioden, fordi renter på sparing gir mulighet til ekstra konsum i senere perioder. Andre låner fordi tapet i konsum, også når det tas hensyn til rentene, i senere perioder vurderes som mindre enn gevinsten nå.

Vi har heller ikke tatt hensyn til at konsumenten kanskje må jobbe for å ha inntekt. Vi forventer normalt at konsumenten vil gjøre en avveiing mellom nytten ved konsum, og ulemper ved å jobbe mye. Endelig har vi ikke introdusert effekter av risiko. Lønn kan være avhengig av forhold konsumenten ikke kontrollerer. Investeringer kan gi en usikker avkastning. Ulykker, sykdom kan påvirke konsumentens økonomiske posisjon. Typisk forventer vi at konsumenten vil være villig til å ofre noe forventet konsum for å få lavere risiko. Kjøp av forsikring er et symptom på slike preferanser. (Forsikringsselskap får inn mer penger fra konsumenter enn konsumentene får fra forsikringsselskapet.) Tendensen til risikoaversjon henger sammen med en avtagende marginal nytte av inntekt.

Referanser

Baye M.R. and Prince J.T., *Managerial Economics and Business Strategy*, Ninth Edition, McGraw-Hill Education, 2017.