INEC1800 – ØKONOMI, FINANS OG REGNSKAP

EINAR BELSOM

HØST 2020

LØSNING TIL OPPGAVESETT II

Oppgave 1: Elastisitet og marginalinntekt

a) Med direkte etterspørsel gitt av $Q(P) = 1000 - P$ blir indirekte etterspørsel gitt av $P(Q) = 1000 - Q$. Elastisiteten kan da uttrykkes slik:

$$E_{Q,P} = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q} = -1\left(\frac{1000 - Q}{Q}\right) = 1 - \frac{1000}{Q}$$

b) Enhetselastisk innebærer at absoluttverdien til elastisiteten er 1. Det vil tilsvare at elastisiteten er -1. Har dermed: $1 - \frac{1000}{Q} = -1 \Leftrightarrow Q = 500$. Uelastisk etterspørsel har vi når absoluttverdien til elastisiteten er mindre enn 1. Med lineær etterspørsel vil vi ha det for lavere priser og høyere mengder enn i punktet der etterspørselen er enhets-elastisk. Formelt kan vi finne løsningsmengden til en ulikhet:

$$1 - \frac{1000}{Q} > -1 \Leftrightarrow Q > 500$$

Tilsvarende kan vi finne mengder som gir elastisk etterspørsel:

$$1 - \frac{1000}{Q} < -1 \Leftrightarrow Q < 500$$

Med tanke på at vi normalt tenker i retning av ikke-negative mengder og priser, vil det være korrekt å si at etterspørselen er elastisk i intervallet $\langle 0,500 \rangle$ og at den er uelastisk i intervallet $\langle 500,1000 \rangle$.

c) Inntekten er produktet av mengde og pris. Dersom vi bruker indirekte etterspørsel til å representere prisen, får vi et uttrykk i mengden. Det vil si:

$$R(Q) = P(Q)Q = (1000 - Q)Q = 1000Q - Q^2$$

Marginalinntekten er den ekstra inntekten pr ekstra enhet. Det vil si den deriverte av inntekten:

$$MR(Q) = \frac{dR(Q)}{dQ} = 1000 - 2Q$$

Vi ser at marginalinntekten blir en lineær funksjon med samme konstantledd som den lineære, indirekte etterspørselen, men med stigningstall som er det dobbelte i tallverdi. Slik er det alltid når etterspørselen er lineær.

d) Etterspørselen er enhetselastisk når mengden er 500. Da er marginalinntekten

$$MR(500) = 1000 - 2 \cdot 500 = 0$$

Vi finner mengden slik at elastisiteten er -3:

$$1 - \frac{1000}{Q} = -3 \Leftrightarrow Q = 250$$

Marginalinntekten er da:

$$MR(500) = 1000 - 2 \cdot 250 = 500$$

For elastisitet på $-0{,}6$ får vi:

$$1 - \frac{1000}{Q} = -0{,}6 \Leftrightarrow Q = 625$$

$$MR(500) = 1000 - 2 \cdot 625 = -250$$

Resultatene er som forventet. Enhetselastisk etterspørsel henger sammen med marginalinntekt lik null, elastisk etterspørsel gir positiv marginalinntekt og uelastisk etterspørsel gir negativ marginalinntekt.

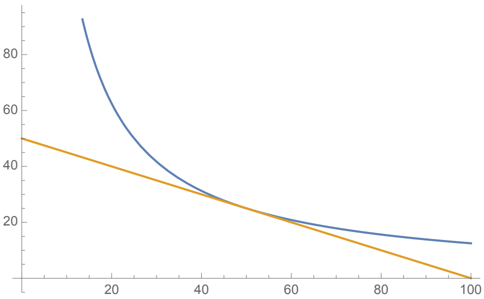
Oppgave 2: Nyttemaksimering, substitusjonseffekt og inntektseffekt

a) Overgangen fra $\sqrt{x \cdot y}$ til $x \cdot y$ tilsvarer kvadrering. Det er en positiv, monoton transformasjon (for ikkenegativt argument som vi har når godene forekommer i ikke-negative mengder.). Det innebærer at den bevarer rangering. Dersom en godekombinasjon er bedre enn en annen med den opprinnelige funksjonen vil den også være det med den andre, fordi kvadrering har den egenskapen at når argumentet øker, så øker også funksjonsverdien så lenge argumentet er positivt.

b) Nyttemaksimeringsproblemet kan uttrykkes som at målfunksjonen $u(x, y) = x \cdot y$ skal maksimeres gitt begrensningen $10x + 20y = 1000$ som uttrykker at konsumenten vil fordele inntekten på de to godene. Matematisk uttrykkes det for eksempel slik:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & u(x, y) = x \cdot y \\ S.T. \quad & 10x + 20y = 1000 \end{aligned}$$

Dette problemet kan løses ved å bruke begrensningen til å substituere bort en variabel i målfunksjonen. Vi har for eksempel at $x = 100 - 2y$. Da har vi $u(x, y) = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2$. Vi finner maksimum ved å kreve at den deriverte skal være null. Det gir $100 - 4y = 0 \Leftrightarrow y = 25$ og $x = 100 - 2 \cdot 25 = 50$. Figuren under illustrerer løsningen:



Det følgende er orienteringsstoff. Denne typen problemer kan mer generelt løses med det som kalles Lagranges metode. Den fungerer selv om vi ikke kan løse begrensninger for enkeltvariable og substituere som over. Den er egnet når begrensninger er likheter og variable enten er ubegrenset eller vi kan anta at begrensninger på variable ikke er bindende. Her vil det si at vi antar at løsningen vil finnes i et punkt der begge variable er positive. Tilnærmingen innebærer at vi definerer en funksjon som består av den opprinnelige målfunksjonen pluss eller minus multiplikatorer ganget med forskjellen mellom venstre og høyre side i begrensningene. Siden disse forskjellene skal være null, vil den nye målfunksjonen ha samme verdier som den opprinnelige målfunksjonen for alle punkter som tilfredsstiller begrensningene. Her har vi bare én begrensning og trenger bare én multiplikator. Bruker λ som multiplikator og $\mathcal{L}$ som symbol for funksjonen. Da har vi:

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x \cdot y - \lambda(10x + 20y - 1000)$$

Vi kan nå finne løsningen til det opprinnelige problemet ved å maksimere Lagrange-funksjonen. En funksjon med flere variable vil ha eventuelle maksimum eller minimum i punkter der alle partiellderiverte er null. Partiell derivasjon innebærer at vi deriverer med hensyn på en variabel samtidig som vi opptrer som om alle andre variable er konstanter. Bruker symbolet ∂ for partiell derivasjon og får:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = y - 10\lambda = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = x - 20\lambda = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 10x + 20y - 1000 = 0$$

Merk at derivasjonen med hensyn på multiplikatorer bare reproduserer begrensningene. Vi har nå et ligningssystem bestående av tre ligninger i til sammen tre variable. Vi løser for eksempel ved å kombinere de to første likningene først slik at multiplikatoren kan elimineres:

$$y - 10\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{y}{10}$$
$$x - 20\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{x}{20}$$
$$\frac{y}{10} = \frac{x}{20} \Leftrightarrow y = \frac{10}{20}x = \frac{1}{2}x$$

Legg merket til at i dette tilfellet blir forholdet mellom mengdene gitt av forholdet mellom prisene ($\frac{y}{x} = \frac{10}{20}$). Vi kan nå substituere inn i den siste av førsteordensbetingelsene for å finne løsningen:

$$10x + 20 \cdot \frac{1}{2}x - 1000 = 0 \Leftrightarrow x = 50$$
$$y = \frac{1}{2} \cdot 50 = 25$$

Løsningen ble naturligvis den samme som over. I dette tilfellet var det ikke nødvendig å bruke Lagranges metode. Og det ble litt mer regning for å komme fram. Men hvis nyttefunksjonen hadde vært litt mer komplisert, slik som for eksempel $u(x, y) = x^{0,3} \cdot y^{0,4}$, ville Lagranges metode typisk lede raskere fram til løsningen.

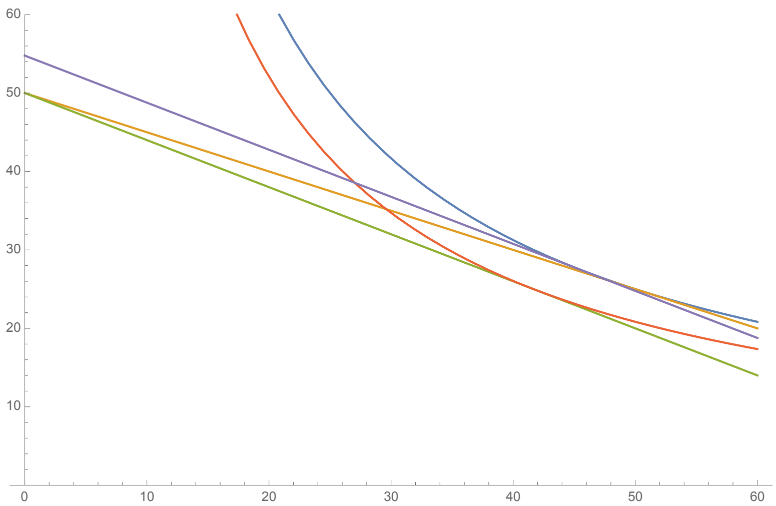
c) Den nye optimale godekombinasjonen kan vi finne slik som over. Vi vet at forholdet mellom godene vil være gitt av forholdet mellom prisene. Altså:

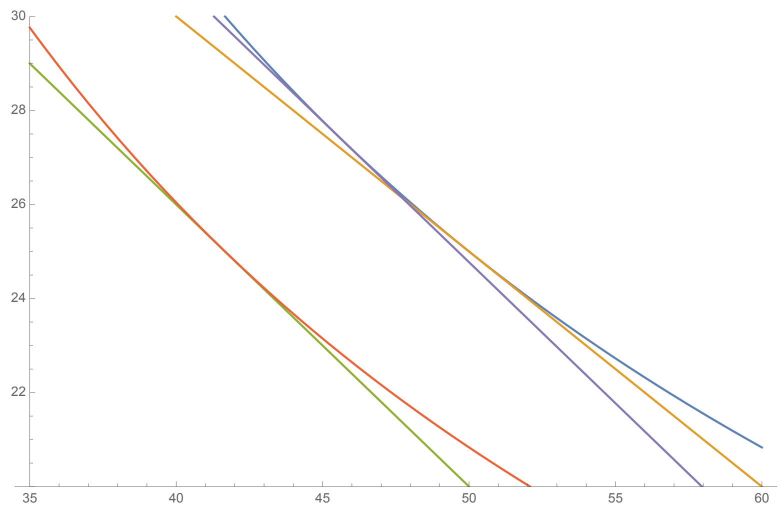
$$\frac{y}{x} = \frac{12}{20} \Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x$$

$$12x + 20 \cdot \frac{3}{5}x - 1000 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1000}{24} = \frac{125}{3} = 41{,}67$$

$$y = \frac{3}{5} \cdot \frac{125}{3} = 25$$

For å finne substitusjonseffekten skal vi holde nytten konstant. Vi velger her å holde den på nivået før prisendringen. Vi har da at nyttefunksjonen har verdien $u(50{,}25) = 50 \cdot 25 = 1250$. Dermed har vi at $x \cdot y = 1250$ og $y = \frac{3}{5}x$ som gir x$\cdot \frac{3}{5}x = 1250 \Leftrightarrow x = \sqrt{1250 \cdot \frac{5}{3}} = 25\sqrt{\frac{10}{3}} = 45{,}64$ og $y = \frac{3}{5} \cdot 25\sqrt{\frac{10}{3}} = 5\sqrt{30} = 27{,}39$. For å ha samme nyttenivå som før med den nye prisen, ville konsumenten altså måtte hatt inntekten $12 \cdot 25\sqrt{\frac{10}{3}} + 20 \cdot 5\sqrt{30} = 1095{,}45$. (Vi ville kunne si at for konsumenten tilsvarer prisendringen en inflasjon på $1095{,}45/1000 = 9{,}5\%$, men denne måten å måle inflasjon på forutsetter at vi kjenner nyttefunksjoner.) Vi kan nå finne substitusjonseffekten og inntektseffekten uttrykt ved endringer i etterspørsel etter de to godene. For gode x går etterspørselen fra 50 til 45,64 på grunn av substitusjon og videre ned til 41,67 på grunn av inntektseffekten. Vi kan si substitusjon gir redusert etterspørsel med 4,36 mens prisøkningen gir en inntektseffekt på 3,97. Etterspørselen etter gode y forblir konstant siden substitusjonseffekt og inntektseffekt akkurat går opp i opp. Etterspørselen går fra 25 til 27,39 på grunn av substitusjon, og fra 27,39 til 25 på grunn av inntektseffekten. Her er altså substitusjonseffekten en økning i etterspørsel på 2,39 og inntektseffekten er en like stor reduksjon. Figurene under illustrerer. Den andre figuren viser et utsnitt av den første.





d) Prisøkning på et gode innebærer en reell reduksjon i inntekt. I dette tilfellet reduseres etterspørselen etter begge goder som følge av inntektsnedgang. Det er kjennetegnet for normale goder der etterspørsel øker med økende inntekt og synker med synkende inntekt. For mindreverdige goder har vi derimot at etterspørsel synker med økende inntekt og øker med synkende inntekt.

Oppgave 3: Tolkning av indifferenskurver

a) En indifferenskurve viser alle godekombinasjoner som gir samme nyttenivå.

b) 1-B: Nivået av nytte er kun knyttet til forbruket av gode A, kurvene er derfor rette linjer.
2-F: Økning i forbruk av gode B over et visst nivå øker ikke nivået av nytte.
3-D: Hvis en er indifferent til forholdet mellom gode A og B blir kurvene lineære, men fallende.
4-C: Fallende MRS skal vise en uvilje til å bytte ut gode A med gode B hvis forbruket av gode A allerede er lavt, man må ha mer av gode B for å kompensere for tap av gode A jo mindre man har av gode A.
5-E: Forbruk av gode A over et visst nivå må bli kompensert for med økt forbruk av et gode B. (Negativt bidrag til nytte.)