

# INF2080 – Logikk og beregninger

## Forelesning 1: Deterministiske automater



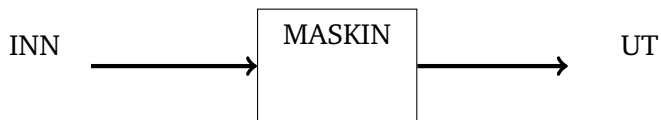
UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-01-24 11:34

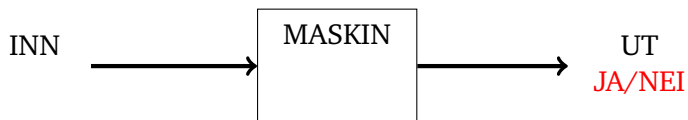
## 1.1 DFA

# Grunnleggende situasjon

# Grunnleggende situasjon



# Grunnleggende situasjon



# Grunnleggende situasjon



# Grunnleggende situasjon



# Grunnleggende situasjon



- Vi har maskiner som svarer med JA/NEI




# Grunnleggende situasjon



- Vi har maskiner som svarer med JA/NEI
- Input er ord fra et endelig alfabet


# Grunnleggende situasjon



- Vi har maskiner som svarer med JA/NEI
- Input er ord fra et endelig alfabet
- Turingmannen  gjør jobben


# Grunnleggende situasjon



- Vi har maskiner som svarer med JA/NEI
- Input er ord fra et endelig alfabet
- Turingmannen  gjør jobben
- Sekvensiell beregning

# Grunnleggende situasjon



- Vi har maskiner som svarer med JA/NEI
- Input er ord fra et endelig alfabet
- Turingmannen  gjør jobben
- Sekvensiell beregning
- Endelig antall tilstander — kjent på forhånd

# Definisjon

# Definisjon

Deterministic finite state automaton

# Definisjon

Deterministic finite state automaton

- $\mathcal{A}$  — endelig alfabet

# Definisjon

## Deterministic finite state automaton

- $\mathcal{A}$  — endelig alfabet
- $\mathcal{S}$  — endelig antall tilstander



# Definisjon

## Deterministic finite state automaton

- $\mathcal{A}$  — endelig alfabet
- $\mathcal{S}$  — endelig antall tilstander
- $S \in \mathcal{S}$  — starttilstand

# Definisjon

## Deterministic finite state automaton

- $\mathcal{A}$  — endelig alfabet
- $\mathcal{S}$  — endelig antall tilstander
- $S \in \mathcal{S}$  — starttilstand
- $\tau : \mathcal{A} \times \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}$  — transisjon

# Definisjon

## Deterministic finite state automaton

- $\mathcal{A}$  — endelig alfabet
- $\mathcal{S}$  — endelig antall tilstander
- $S \in \mathcal{S}$  — starttilstand
- $\tau : \mathcal{A} \times \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}$  — transisjon
- $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{S}$  — finale tilstander

# Paritetsautomaten

# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$

# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike

# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L

# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L



# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

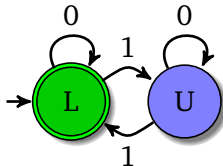
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



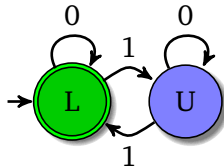
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



*INN* = 205 :      1   1   0   0   1   1   0   1

---

*TILSTAND* :

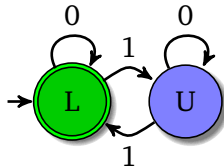
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



INN = 205 :      1   1   0   0   1   1   0   1

---

TILSTAND : L

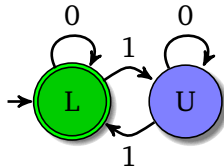
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



*INN* = 205 :      1   1   0   0   1   1   0   1

---

*TILSTAND* :   L   U

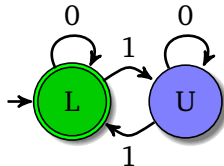
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



$INN = 205 :$       1   1   0   0   1   1   0   1

---

$TILSTAND :$    L   U   L

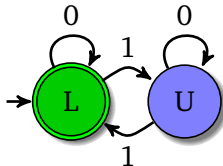
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



$INN = 205 :$       1   1   0   0   1   1   0   1

---

$TILSTAND :$    L   U   L   L



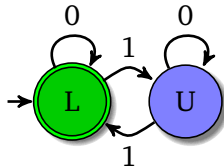
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



*INN* = 205 :      1   1   0   0   1   1   0   1

---

*TILSTAND* :   L   U   L   L   L

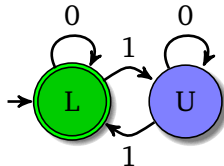
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



*INN* = 205 :      1   1   0   0   1   1   0   1

---

*TILSTAND* :   L   U   L   L   L   U

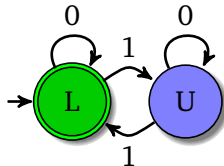
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



$INN = 205 :$       1   1   0   0   1   1   0   1

---

$TILSTAND :$    L   U   L   L   L   U   L

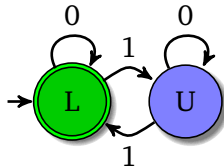
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



$INN = 205 :$       1   1   0   0   1   1   0   1

---

$TILSTAND :$    L   U   L   L   L   U   L   L

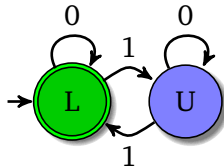
# Paritetsautomaten

- Input binært tall — alfabet  $\{0, 1\}$
- To tilstander —  $\{L, U\}$  — like eller ulike
- Starttilstand — L
- Final tilstand — L

Transisjon som tabell

	L	U
0	L	U
1	U	L

Transisjon som graf



*INN* = 205 :      1   1   0   0   1   1   0   1

---

*TILSTAND* : L   U   L   L   L   U   L   L   U

# Om Thue-ordet

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet



# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall 1'ere

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall 1'ere
- 0 har Like, 1 har Ulike, 2 har Ulike, 3 har Like, 4 har Ulike, ...

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall 1'ere
- 0 har Like, 1 har Ulike, 2 har Ulike, 3 har Like, 4 har Ulike, ...
- Thueordet er LUULULLUULLULUUL ...

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall 1'ere
- 0 har Like, 1 har Ulike, 2 har Ulike, 3 har Like, 4 har Ulike, ...
- Thueordet er LUULULLUULLULUUL ...
  
- Thueordet vil aldri gjenta seg tre ganger

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall 1'ere
- 0 har Like, 1 har Ulike, 2 har Ulike, 3 har Like, 4 har Ulike, ...
- Thueordet er LUULULLUULLULUUL ...
  
- Thueordet vil aldri gjenta seg tre ganger
- Fins ikke noe delord WWW

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall 1'ere
- 0 har Like, 1 har Ulike, 2 har Ulike, 3 har Like, 4 har Ulike, ...
- Thueordet er LUULULLUULLULUUL ...
  
- Thueordet vil aldri gjenta seg tre ganger
- Fins ikke noe delord WWW
- L — framover 5 cm, U — snu 60 grader

# Om Thue-ordet

- Paritetsautomaten henger sammen med Thue-ordet
- Finn symbolet i  $n$ 'te posisjon i Thue-ordet
  - Skriv om  $n$  til binær representasjon
  - Bruk paritetsautomaten til å finne om vi har Like eller Ulike antall  $1$ 'ere
- 0 har Like, 1 har Ulike, 2 har Ulike, 3 har Like, 4 har Ulike, ...
- Thueordet er LUULULLUULLULUUL ...
  
- Thueordet vil aldri gjenta seg tre ganger
- Fins ikke noe delord WWW
- L — framover 5 cm, U — snu 60 grader
- Thueordet gir en fraktal



# Konfigurasjoner, stier og farger

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

## Stier

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

## Stier

- Inputord — sti gjennom alfabetet

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

## Stier

- Inputord — sti gjennom alfabetet
- Start + transisjon — sti gjennom tilstandene

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

## Stier

- Inputord — sti gjennom alfabetet
- Start + transisjon — sti gjennom tilstandene

## Farger



# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

## Stier

- Inputord — sti gjennom alfabetet
- Start + transisjon — sti gjennom tilstandene

## Farger

- Betrakter tilstandene som farger — U blå, L rød

# Konfigurasjoner, stier og farger

## Konfigurasjon

- det turingmannen må huske for å stoppe og senere starte igjen en beregning
- hvor i inputordet og hvilken tilstand vi er i

## Stier

- Inputord — sti gjennom alfabetet
- Start + transisjon — sti gjennom tilstandene

## Farger

- Betrakter tilstandene som farger — U blå, L rød
- En DFA er en fargeleggingsmaskin — den fargelegger inputord

# Akseptering

# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$

# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$
- Gitt DFA —  $\mathcal{D}$

# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$
- Gitt DFA —  $\mathcal{D}$
- $w$  gir en sti gjennom tilstandene i  $\mathcal{D}$

# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$
- Gitt DFA —  $\mathcal{D}$
- $w$  gir en sti gjennom tilstandene i  $\mathcal{D}$
- $w$  blir akseptert om stien ender opp i en final tilstand

# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$
- Gitt DFA —  $\mathcal{D}$
- $w$  gir en sti gjennom tilstandene i  $\mathcal{D}$
- $w$  blir akseptert om stien ender opp i en final tilstand





# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$
- Gitt DFA —  $\mathcal{D}$
- $w$  gir en sti gjennom tilstandene i  $\mathcal{D}$
- $w$  blir akseptert om stien ender opp i en final tilstand




- Ekstensjonal egenskap : Egenskap ved input / output

# Akseptering

- Gitt inputord –  $w$
- Gitt DFA —  $\mathcal{D}$
- $w$  gir en sti gjennom tilstandene i  $\mathcal{D}$
- $w$  blir akseptert om stien ender opp i en final tilstand



- Ekstensjonal egenskap : Egenskap ved input / output
- Intensjonal egenskap : Egenskap ved transisjonene  utfører

# Sjoladeautomat

## Sjokoladeautomat

