1 Definisjoner og kommentarer gjennomgått på gruppetime 27.01.12, med mer

Kommentar til definisjonene: Definisjonen av δ^* er hverken pensum eller nødvendig å huske i dette kurset, men er skrevet opp for de av dere som ønsker en mer formell definisjon av aksept i automatene.

1.1 Definisjon

En DFA (Endelig tilstandsautomat) er et 5-tuppel $< A, Q, \delta, s, \mathcal{T} >$ hvor A er en endelig mengde input-symboler, Q er en endelig mengde tilstander, $\delta : A \times Q \to Q$ er en transisjonsfunksjon, $s \in Q$ er starttilstanden, og $\mathcal{T} \subseteq Q$ er en endelig mengde aksepterte tilstander. Et ord ax, hvor $x \in A^*$, $a \in A$, blir akseptert av en DFA dersom $\delta^*(ax, s)$ er sann. δ^* er en relasjon definert rekursivt med rekusjonssteg gitt ved

$$\delta^*(ax, r) = \delta^*(x, \delta(a, r))$$

og basissteg $\delta^*(\Lambda, r) = r \in \mathcal{T}$.

1.2 Definisjon

En NFA (Ikke-deterministisk tilstandsautomat) er et 5-tuppel $< A, Q, \rho, s, \mathcal{T} >$ tilsvarende en DFA, men hvor transisjonsfunksjonen er byttet ut med en relasjon $\rho \subseteq (A \cup \{\Lambda\}) \times Q \times Q$. Vi har da $< a, q', q'' > \in \rho$ hvis og bare hvis det finnes en pil med a som input-symbol mellom tilstandene q' og q''. Man kan også se på transisjonene i en NFA some en funksjon $\delta : A \times Q \to \wp Q$ slik at $\delta(a, r) = R$ dersom $< a, r, r' > \in \rho$ for alle $r' \in R$. Et ord ax, hvor $x \in A^*$, $a \in A$, blir akseptert av en NFA dersom $\delta^*(ax, s)$ er sann. δ^* er en relasjon definert rekursivt med rekusjonssteg gitt ved

$$\delta^*(ax, r) = \left(\bigvee_{r' \in \delta(a, r)} \delta^*(x, r') \right)$$

og basissteg $\delta^*(\Lambda, r) = r \in \mathcal{T}$.

1.3 Definisjon

En makrotilstand $R \subseteq Q$ til en automat er en endelig mengde potensielle tilstander automaten kan være i etter gitt input.

1.4 Algoritme

Følgende algoritme konstruerer en DFA av makrotilstander $\mathcal{D} =< A, Q_\mathcal{D}, \Delta_\mathcal{D}, s, \mathcal{T}_\mathcal{D} >$ fra en NFA $\mathcal{N} =< A, Q_\mathcal{N}, \delta_\mathcal{N}, s', \mathcal{T}_\mathcal{N} >$:

1. Fjern alle tilstander som hverken har piler inn eller ut av seg.
2. Lag en starttilstand $s = \{r | < \Lambda, s', r > \in \rho_\mathcal{N}\}$, og la $s \in Q_\mathcal{D}$.
3. For hver makrotilsnad $R \in Q_\mathcal{D}$ og hvert symbol $a \in A$ lag en ny tilstand $R' = \{r | < a, r', r > \in \rho_\mathcal{N}, r' \in R\}$, og la $R' \in Q_\mathcal{D}$.
4. La $\mathcal{T}_\mathcal{D} = \{R | R \cap \mathcal{T}_\mathcal{N} \neq \emptyset\}$.
5. Definer $\Delta_\mathcal{D} : A \times \wp Q_\mathcal{N} \to \wp Q_\mathcal{N}$ være gitt ved

   $$\Delta_\mathcal{D}(a, R) = \bigcup \{\delta(a, r) | r \in R\}.$$

   Legg merke til at dersom det finnes en $R = \emptyset$ vil $\Delta_\mathcal{D}(a, R) = R$ for alle $a \in A$.

1.5 Definisjon

En AFA er et 5-tuppel tilsvarende en NFA, men hvor mengden tilstander er delt i to disjunkte mengder Q_c og Q_d. Q_c består av konjuktive tilstander og Q_d består av disjunktive tillstander. Et ord ax, hvor $x \in A^*$, $a \in A \cup \{\Lambda\}$ blir akseptert av en AFA med starttilstand s dersom $\delta^*(ax, s)$ er sann. δ^* er en relasjon definert rekursivt med rekusjonssteg gitt ved

$$\delta^*(ax, r) = \begin{cases} \left(\bigwedge_{r' \in \delta(a,r)} \delta^*(x, r')\right), r \in Q_c \\ \\ \left(\bigvee_{r' \in \delta(a,r)} \delta^*(x, r')\right), r \in Q_d \end{cases}$$

og basisverdi $\delta^*(\Lambda, r) = r \in \mathcal{T}$. I definisjonen over tillater vi $a = \Lambda$ dersom $\delta(xa, r) \neq \delta(x, r)$.

1.6 Observasjon

Et rent disjunktivt søk lykkes dersom $\exists t \in R(t \in \mathcal{T})$ hvor R er makrotilstanden automaten er i etter siste input-symbol er lest.

1.7 Observasjon

Et rent konjunktivt søk lykkes dersom $\forall r \in R(r \in \mathcal{T})$ hvor R er makrotilstanden automaten er i etter siste input-symbol er lest.