

# INF2080 – Logikk og beregninger

## Forelesning 3: Makrotilstander



UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-01-24 12:04

## 3.1 Makrotilstander

# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

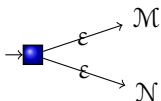
# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

Vi har to DFA'er  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$  — felles alfabet og forskjellige tilstander

# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

Vi har to DFA'er  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$  — felles alfabet og forskjellige tilstander

Konjunksjon

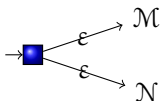


Vi starter med et konjunktivt eller disjunktivt valg — og følger deretter  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$ .

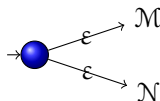
# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

Vi har to DFA'er  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$  — felles alfabet og forskjellige tilstander

Konjunksjon



Disjunksjon



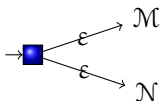
Vi starter med et konjunktivt eller disjunktivt valg — og følger deretter  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$ .

Konfigurasjon — tilstanden i  $\mathcal{M}$  og tilstanden i  $\mathcal{N}$  — makrotilstand (mengde av tilstander)

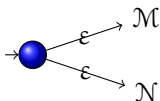
# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

Vi har to DFA'er  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$  — felles alfabet og forskjellige tilstander

Konjunksjon



Disjunksjon



Vi starter med et konjunktivt eller disjunktivt valg — og følger deretter  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$ .

Konfigurasjon — tilstanden i  $\mathcal{M}$  og tilstanden i  $\mathcal{N}$  — makrotilstand (mengde av tilstander)

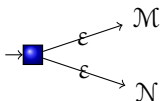
Konjunktiv akseptering — alle tilstander akseptert

Disjunktiv akseptering — minst en tilstand akseptert

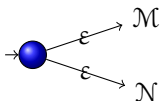
# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

Vi har to DFA'er  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$  — felles alfabet og forskjellige tilstander

Konjunksjon



Disjunksjon



Vi starter med et konjunktivt eller disjunktivt valg — og følger deretter  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$ .

Konfigurasjon — tilstanden i  $\mathcal{M}$  og tilstanden i  $\mathcal{N}$  — makrotilstand (mengde av tilstander)

Konjunktiv akseptering — alle tilstander akseptert

Disjunktiv akseptering — minst en tilstand akseptert

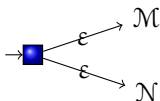
Vi får DFA'er — konjunksjon og disjunksjon av to DFA'er



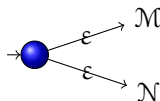
# Konjunksjon og disjunksjon av DFA

Vi har to DFA'er  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$  — felles alfabet og forskjellige tilstander

Konjunksjon



Disjunksjon



Vi starter med et konjunktivt eller disjunktivt valg — og følger deretter  $\mathcal{M}$  og  $\mathcal{N}$ .

Konfigurasjon — tilstanden i  $\mathcal{M}$  og tilstanden i  $\mathcal{N}$  — makrotilstand (mengde av tilstander)

Konjunktiv akseptering — alle tilstander akseptert

Disjunktiv akseptering — minst en tilstand akseptert

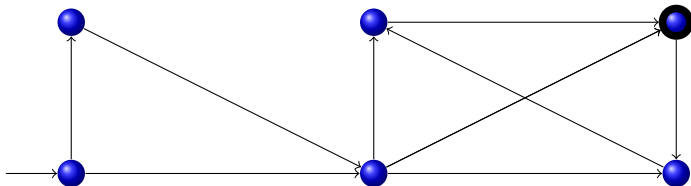
Vi får DFA'er — konjunksjon og disjunksjon av to DFA'er

Produkt av antall tilstander —  $1 + m \cdot n$

# Eksempel

# Eksempel

Alfabetet har bare et symbol og vi kjører et ord med lengde 3

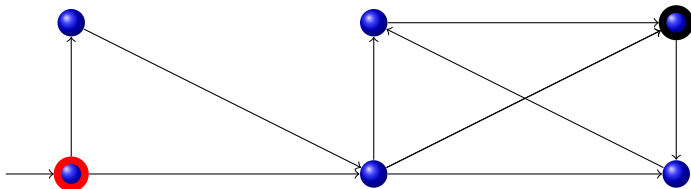


La oss se kjøringen

# Eksempel - start

# Eksempel - start

Alfabetet har bare et symbol og vi kjører et ord med lengde 3

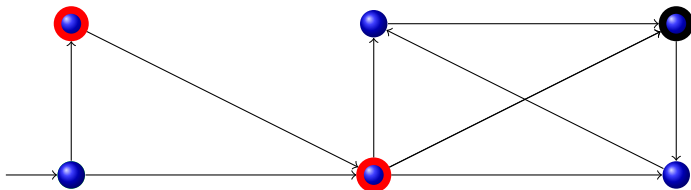


Situasjonen ved start — 1 aktiv tilstand

# Eksempel - første symbol

# Eksempel - første symbol

Alfabetet har bare et symbol og vi kjører et ord med lengde 3



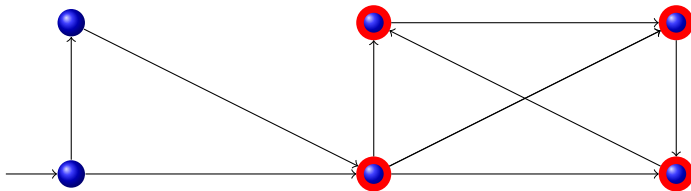
Etter første symbol — 2 aktive tilstander

# Eksempel - andre symbol



# Eksempel - andre symbol

Alfabetet har bare et symbol og vi kjører et ord med lengde 3

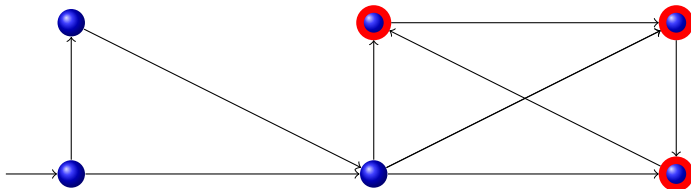


Etter andre symbol — 4 aktive tilstander

# Eksempel - tredje symbol

# Eksempel - tredje symbol

Alfabetet har bare et symbol og vi kjører et ord med lengde 3



Etter tredje symbol — 3 aktive tilstander — 1 final tilstand

# Lærdom av eksempelet

# Lærdom av eksempelet

- DFA — konfigurasjon = tilstand + posisjon i inputord
- NFA — konfigurasjon = makrotilstand + posisjon i inputord

# Lærdom av eksempelet

- DFA — konfigurasjon = tilstand + posisjon i inputord
- NFA — konfigurasjon = makrotilstand + posisjon i inputord
- NFA — makrotilstander transformeres deterministisk

# Lærdom av eksempelet

- DFA — konfigurasjon = tilstand + posisjon i inputord
- NFA — konfigurasjon = makrotilstand + posisjon i inputord
- NFA — makrotilstander transformeres deterministisk
- NFA — final makrotilstand tolkes disjunktivt — minst en av tilstandene er final

# Lærdom av eksempelet

- DFA — konfigurasjon = tilstand + posisjon i inputord
- NFA — konfigurasjon = makrotilstand + posisjon i inputord
- NFA — makrotilstander transformeres deterministisk
- NFA — final makrotilstand tolkes disjunktivt — minst en av tilstandene er final
- Kan fra NFA lage en DFA som aksepterer de samme ordene



# Lærdom av eksempelet

- DFA — konfigurasjon = tilstand + posisjon i inputord
- NFA — konfigurasjon = makrotilstand + posisjon i inputord
- NFA — makrotilstander transformeres deterministisk
- NFA — final makrotilstand tolkes disjunktivt — minst en av tilstandene er final
- Kan fra NFA lage en DFA som aksepterer de samme ordene
- Erstatt tilstand med makrotilstand

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en NFA  $\mathcal{N}$

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en NFA  $\mathcal{N}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en NFA  $\mathcal{N}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

NFA'en  $\mathcal{N}$  gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en NFA  $\mathcal{N}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

NFA'en  $\mathcal{N}$  gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{N}$	$\mathcal{D}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Disjunktiv akseptering

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en NFA  $\mathcal{N}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

NFA'en  $\mathcal{N}$  gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{N}$	$\mathcal{D}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Disjunktiv akseptering

Transisjonen av makrotilstander er deterministisk.

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en NFA  $\mathcal{N}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

NFA'en  $\mathcal{N}$  gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{N}$	$\mathcal{D}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Disjunktiv akseptering

Transisjonen av makrotilstander er deterministisk.

Eksponensiell vekst i antall tilstander —  $2^n$

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$



# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

AFA'en  $\mathcal{A}$  gir opphav til en NFA  $\mathcal{N}$  som igjen gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

AFA'en  $\mathcal{A}$  gir opphav til en NFA  $\mathcal{N}$  som igjen gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{A}$	$\mathcal{N}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Konjunktiv akseptering

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

AFA'en  $\mathcal{A}$  gir opphav til en NFA  $\mathcal{N}$  som igjen gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{A}$	$\mathcal{N}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Konjunktiv akseptering

Transisjonen av makrotilstander i en AFA er ikke-deterministisk.

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

AFA'en  $\mathcal{A}$  gir opphav til en NFA  $\mathcal{N}$  som igjen gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{A}$	$\mathcal{N}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Konjunktiv akseptering

Transisjonen av makrotilstander i en AFA er ikke-deterministisk.

$\mathcal{N}$  gir igjen opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

AFA'en  $\mathcal{A}$  gir opphav til en NFA  $\mathcal{N}$  som igjen gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{A}$	$\mathcal{N}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Konjunktiv akseptering

Transisjonen av makrotilstander i en AFA er ikke-deterministisk.

$\mathcal{N}$  gir igjen opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

Superekspansiell vekst i antall tilstander —  $2^{2^n}$

# Reduksjon av NFA til DFA

Gitt en AFA  $\mathcal{A}$

Makrotilstand — delmengde av tilstander.

AFA'en  $\mathcal{A}$  gir opphav til en NFA  $\mathcal{N}$  som igjen gir opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

	$\mathcal{A}$	$\mathcal{N}$
Alfabet	A	A
Tilstand	Tilstand	Makrotilstand
Start	S	{S}
Transisjon	Tilstander	Makrotilstander
Final tilstander	Vanlig akseptering	Konjunktiv akseptering

Transisjonen av makrotilstander i en AFA er ikke-deterministisk.

$\mathcal{N}$  gir igjen opphav til en DFA  $\mathcal{D}$

Superekspansiell vekst i antall tilstander —  $2^{2^n}$

Antall atomer i universet ligger mellom  $2^{2^8}$  og  $2^{2^9}$

# Manglende piler i DFA



# Manglende piler i DFA

Ofte blir en DFA med manglende piler akseptert — og kjøringen stopper når det ikke er noen vei videre. Dette passer bra med vår konstruksjon.

- Gitt en DFA  $\mathcal{M}$  der noen piler mangler
- I følge vår definisjon er det egentlig en NFA

# Manglende piler i DFA

Ofte blir en DFA med manglende piler akseptert — og kjøringen stopper når det ikke er noen vei videre. Dette passer bra med vår konstruksjon.

- Gitt en DFA  $\mathcal{M}$  der noen piler mangler
- I følge vår definisjon er det egentlig en NFA
- Bruker vi vår konstruksjon med makrotilstander så får vi en ekstra tilstand — nemlig den tomme mengden

# Manglende piler i DFA

Ofte blir en DFA med manglende piler akseptert — og kjøringen stopper når det ikke er noen vei videre. Dette passer bra med vår konstruksjon.

- Gitt en DFA  $\mathcal{M}$  der noen piler mangler
- I følge vår definisjon er det egentlig en NFA
- Bruker vi vår konstruksjon med makrotilstander så får vi en ekstra tilstand — nemlig den tomme mengden
- Fra den tomme mengden går det ingen transisjoner ut — bare tilbake til seg selv

# Manglende piler i DFA

Ofte blir en DFA med manglende piler akseptert — og kjøringen stopper når det ikke er noen vei videre. Dette passer bra med vår konstruksjon.

- Gitt en DFA  $\mathcal{M}$  der noen piler mangler
- I følge vår definisjon er det egentlig en NFA
- Bruker vi vår konstruksjon med makrotilstander så får vi en ekstra tilstand — nemlig den tomme mengden
- Fra den tomme mengden går det ingen transisjoner ut — bare tilbake til seg selv
- Antall tilstander —  $1 + m$