

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 4: Regulære uttrykk



UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-01-24 12:05

4.1 Regulære uttrykk

Beskrive aksepterte ord

Beskrive aksepterte ord

Grunnleggende situasjon



- Fra ord til automat
- En DFA er veldig rask — trenger ikke utvide memory underveis

Beskrive aksepterte ord

Grunnleggende situasjon



- Fra ord til automat
- En DFA er veldig rask — trenger ikke utvide memory underveis
- Bruker regulære uttrykk i GREP, PERL, vanlig søkespråk

Beskrive aksepterte ord

Grunnleggende situasjon



- Fra ord til automat
- En DFA er veldig rask — trenger ikke utvide memory underveis
- Bruker regulære uttrykk i GREP, PERL, vanlig søkespråk
- Seminaroppgave av Stephen Kleene — Kleene stjerne

Beskrive aksepterte ord

Grunnleggende situasjon



- Fra ord til automat
- En DFA er veldig rask — trenger ikke utvide memory underveis
- Bruker regulære uttrykk i GREP, PERL, vanlig søkespråk
- Seminaroppgave av Stephen Kleene — Kleene stjerne
- Gir en enkel grammatikk

Definisjon

Definisjon

Gitt et endelig alfabet \mathcal{A} . De regulære uttrykkene over \mathcal{A} er gitt ved

$$\mathcal{R} :: \emptyset | \varepsilon | A | B | \dots | (\mathcal{R} \vee \mathcal{R}) | (\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}) | (\mathcal{R}^*)$$

der A, B, \dots er alle symbolene fra \mathcal{A} . Tar ofte vekk unødige parenteser.

- $A \cdot B$: ordet AB

Definisjon

Gitt et endelig alfabet \mathcal{A} . De regulære uttrykkene over \mathcal{A} er gitt ved

$$\mathcal{R} :: \emptyset | \varepsilon | A | B | \dots | (\mathcal{R} \vee \mathcal{R}) | (\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}) | (\mathcal{R}^*)$$

der A, B, \dots er alle symbolene fra \mathcal{A} . Tar ofte vekk unødige parenteser.

- $A \cdot B$: ordet AB
- $A \cdot (A \vee B)$: ordene AA og AB

Definisjon

Gitt et endelig alfabet \mathcal{A} . De regulære uttrykkene over \mathcal{A} er gitt ved

$$\mathcal{R} :: \emptyset | \varepsilon | A | B | \dots | (\mathcal{R} \vee \mathcal{R}) | (\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}) | (\mathcal{R}^*)$$

der A, B, \dots er alle symbolene fra \mathcal{A} . Tar ofte vekk unødige parenteser.

- $A \cdot B$: ordet AB
- $A \cdot (A \vee B)$: ordene AA og AB
- A^* : ordene $\varepsilon, A, AA, AAA, AAAA, \dots$

Definisjon

Gitt et endelig alfabet \mathcal{A} . De regulære uttrykkene over \mathcal{A} er gitt ved

$$\mathcal{R} :: \emptyset | \varepsilon | A | B | \dots | (\mathcal{R} \vee \mathcal{R}) | (\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}) | (\mathcal{R}^*)$$

der A, B, \dots er alle symbolene fra \mathcal{A} . Tar ofte vekk unødige parenteser.

- $A \cdot B$: ordet AB
- $A \cdot (A \vee B)$: ordene AA og AB
- A^* : ordene $\varepsilon, A, AA, AAA, AAAA, \dots$
- $(A \vee B)^*$: samtlige ord bygd opp av enten A eller B — inklusive det tomme ord ε .

Definisjon

Gitt et endelig alfabet \mathcal{A} . De regulære uttrykkene over \mathcal{A} er gitt ved

$$\mathcal{R} :: \emptyset | \varepsilon | A | B | \dots | (\mathcal{R} \vee \mathcal{R}) | (\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}) | (\mathcal{R}^*)$$

der A, B, \dots er alle symbolene fra \mathcal{A} . Tar ofte vekk unødige parenteser.

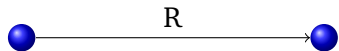
- $A \cdot B$: ordet AB
- $A \cdot (A \vee B)$: ordene AA og AB
- A^* : ordene $\varepsilon, A, AA, AAA, AAAA, \dots$
- $(A \vee B)^*$: samtlige ord bygd opp av enten A eller B — inklusive det tomme ord ε .
- Operasjonene kalles disjunksjon, konkatenering og Kleene stjerne

Kleene's teorem

Kleene's teorem

Kleene viste i sitt seminar at de regulære uttrykkene gir nøyaktig de ordene som blir aksepterte av DFA'er (eller NFA'er eller AFA'er). Vi skal vise at til ethvert regulært uttrykk finnes en NFA som aksepterer akkurat ordene i det regulære uttrykket. Så skal vi antyde hvordan vi kan gå den andre veien — gitt en NFA finn et regulært uttrykk som gir de ordene som blir akseptert.

I bevisene trenger vi å generalisere NFA'er til å ha piler med regulære uttrykk. Da forstår vi



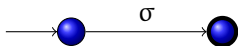
Vi kan følge pila om vi mottar et ord som er inneholdt i det regulære uttrykket R — og det ordet blir konsumert fra inputordet.

Fra REG til NFA

Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med

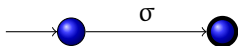
Fra REG til NFA

Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med



Fra REG til NFA

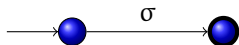
Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med



Så bryter vi ned sammensatte regulære uttrykk ved

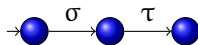
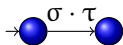
Fra REG til NFA

Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med



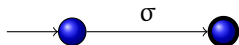
Så bryter vi ned sammensatte regulære uttrykk ved

Konkatenering
Serie



Fra REG til NFA

Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med

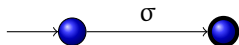


Så bryter vi ned sammensatte regulære uttrykk ved

Konkatenering Serie		
Disjunksjon Parallell		

Fra REG til NFA

Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med

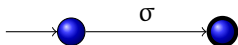


Så bryter vi ned sammensatte regulære uttrykk ved

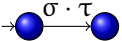
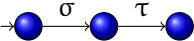
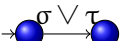
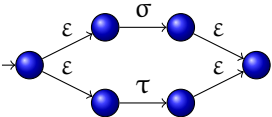
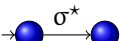
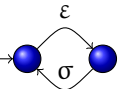
Konkatenering Serie		
Disjunksjon Parallell		
Kleene stjerne Tilbake		

Fra REG til NFA

Gitt et regulært uttrykk σ da starter vi med



Så bryter vi ned sammensatte regulære uttrykk ved

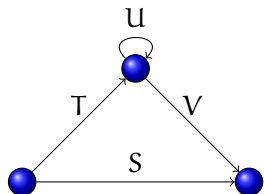
Konkatenering Serie		
Disjunksjon Parallell		
Kleene stjerne Tilbake		

Og vi får en vanlig NFA

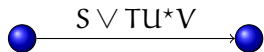
Fra NFA til REG

Fra NFA til REG

Vi starter med en NFA og viser hvordan vi kan redusere antall tilstander mot å tillate regulære uttrykk i transisjonene. Det viktigste tilfellet er som følger. Anta at vi har følgende tre tilstander med transisjoner som vist



vi kan erstatte det med



Observer bruken av disjunksjon, konkatenering og Kleene stjerne.