Oppgave 5.1

(a) Roger vil lage en DFA som passer på at en streng inneholder like mange a som b. Herman mener dette ikke går. Hvem har rett, og hvorfor?

(b) Etter å ha tenkt seg litt om mener Roger at en DFA kan få til dette om man har en øvre grense på hvor mange fler a enn b, og omvendt, automaten til en hver tid har lest fra strengen. Herman er fremdeles usikker på om dette lar seg gjøre. Hvem har rett denne gangen, og hvorfor?

Oppgave 5.2

I en av oppgavene over benyttet du antageligvis pumpelemmaet for å vise hvem som hadde rett. I den andre oppgaven kan man derimot ikke benytte seg av pumpelemmaet.

(a) Hva må du passe på for at ditt "pumpelemma-bevis" holder for den ene del-oppgaven, men ikke den andre? Det vil si, har du passet på å konstruere pumpelemma-beviset ditt på en slik måte at det ikke appliserer på begge del-oppgavene?

(b) Hva burde du gjøre for å vise hvem av Roger og Herman som har rett i den del-oppgaven hvor man ikke kan benytte seg av pumpelemmaet?

Oppgave 5.3

Avgjør om følgende språk er regulære. Hvis de ikke er regulære, gi et pumpelemma-bevis. Hvis de er regulære, vis dette.

(a) $\{w | w \in \{a, b\}^*\}$

(b) $\{a^n b^n | n \in \mathbb{N} \wedge n \geqslant 0\}$

(c) Palindromer over alfabetet $\{a, b\}$. Palindromer er ord som staves likt forlengs og baklengs.

(d) $\{w | w \in \{a, b\}^*$ og w har like mange a som $b\}$

(e) $\{w | w \in \{a, b\}$ og strengen inneholder kun én a $\} \cup \{a^p | p$ er et partall$\}$

(f) $\{w | w \in \{a, b\}$ og strengen inneholder kun én a $\} \cap \{a^p | p$ er et partall$\}$

(g) $\{a^p | p$ er et primnummer$\}$

(h) $\{a^n b^k | n, k \in \mathbb{N} \wedge n \geqslant k\}$

(i) $\{a^n b^k | n, k \in \mathbb{N} \wedge n \geqslant k\} \cup \{a^n b^k | n, k \in \mathbb{N} \wedge n < k\}$

Oppgave 5.4

Avgjør hvilke av disse påstandene som er sanne. Gi en forklaring eller et bevis for hver avgjørelse.

(a) Hvis mengdene A og B kan beskrives med et regulært språk, så kan man alltid beskrive $A \cup B$ med et regulært språk.

(b) Hvis mengdene A og B ikke kan beskrives med regulære språk, kan man aldri beskrive $A \cup B$ med regulære språk.

(c) Hvis mengdene A og B kan beskrives med et regulært språk, så kan man alltid beskrive $A \cap B$ med et regulært språk.