

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 8: Beskrivelser — første-ordens logikk



UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-02-07 16:14

8.1 Beskrivelse — første ordens logikk

Termer og ord

Termer og ord

DFA : manipuleringer av ord i endelig alfabet

Idé : Kan beskrive et ord som en term i første ordens logikk.

- Anta at vi har alfabet $\{a, b\}$

Termer og ord

DFA : manipuleringer av ord i endelig alfabet

Idé : Kan beskrive et ord som en term i første ordens logikk.

- Anta at vi har alfabet $\{a, b\}$
- I signaturen har vi

Termer og ord

DFA : manipuleringer av ord i endelig alfabet

Idé : Kan beskrive et ord som en term i første ordens logikk.

- Anta at vi har alfabet $\{a, b\}$
- I signaturen har vi
 - Unære funksjonssymboler \underline{a} og \underline{b}

Termer og ord

DFA : manipuleringer av ord i endelig alfabet

Idé : Kan beskrive et ord som en term i første ordens logikk.

- Anta at vi har alfabet $\{a, b\}$
- I signaturen har vi
 - Unære funksjonssymboler \underline{a} og \underline{b}
 - Konstant symbol ε

Termer og ord

DFA : manipuleringer av ord i endelig alfabet

Idé : Kan beskrive et ord som en term i første ordens logikk.

- Anta at vi har alfabet $\{a, b\}$
- I signaturen har vi
 - Unære funksjonssymboler \underline{a} og \underline{b}
 - Konstant symbol ε
- Tilsvarende med større alfabet

Oversettelse

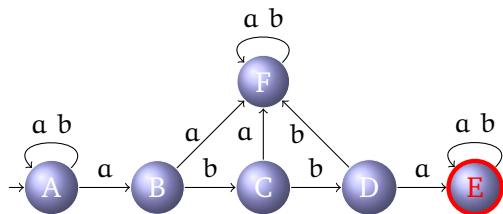
Oversettelse

$$\begin{array}{c|c} \underline{\varepsilon} & \varepsilon \\ \underline{ax} & \underline{a(x)} \\ \underline{bx} & \underline{b(x)} \end{array}$$

Oversettelsen erstatter a med \underline{a} og b med \underline{b} — og føyer en ε til slutt.

Eksempel — NFA

Eksempel — NFA

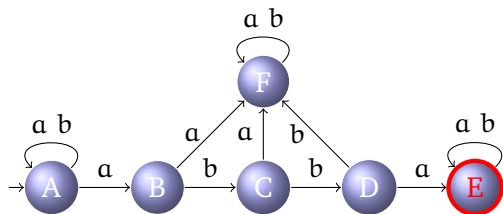


- 1 konstant symbol ε

Vi skal beskrive en kjøring av ordet w på automaten ved

$$\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$$

Eksempel — NFA

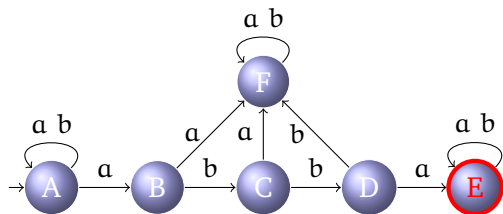


- 1 konstant symbol ε
- 2 unære funksjons symboler \underline{a} , \underline{b}

Vi skal beskrive en kjøring av ordet w på automaten ved

$$\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$$

Eksempel — NFA



- 1 konstant symbol ε
- 2 unære funksjons symboler \underline{a} , \underline{b}
- 6 unære relasjons symboler A , B , C , D , E , F

Vi skal beskrive en kjøring av ordet w på automaten ved

$$\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$$

Formelen — NFA

Formelen — NFA

$START(w): A(\underline{w})$

Formelen — NFA

START(w): $A(\underline{w})$

TRANSITIONS :

$$\forall x.(A(\underline{ax}) \rightarrow A(x)) \wedge$$

$$\forall x.(A(\underline{bx}) \rightarrow A(x)) \wedge$$

$$\forall x.(A(\underline{ax}) \rightarrow B(x)) \wedge$$

$$\forall x.(B(\underline{ax}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(B(\underline{bx}) \rightarrow C(x)) \wedge$$

$$\forall x.(C(\underline{ax}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(C(\underline{bx}) \rightarrow D(x)) \wedge$$

$$\forall x.(D(\underline{ax}) \rightarrow E(x)) \wedge$$

$$\forall x.(D(\underline{bx}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(E(\underline{ax}) \rightarrow E(x)) \wedge$$

$$\forall x.(E(\underline{bx}) \rightarrow E(x)) \wedge$$

$$\forall x.(F(\underline{ax}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(F(\underline{ax}) \rightarrow F(x))$$

Formelen — NFA

START(w): $A(\underline{w})$

TRANSITIONS :

$$\forall x.(A(\underline{ax}) \rightarrow A(x)) \wedge$$

$$\forall x.(A(\underline{bx}) \rightarrow A(x)) \wedge$$

$$\forall x.(A(\underline{ax}) \rightarrow B(x)) \wedge$$

$$\forall x.(B(\underline{ax}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(B(\underline{bx}) \rightarrow C(x)) \wedge$$

$$\forall x.(C(\underline{ax}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(C(\underline{bx}) \rightarrow D(x)) \wedge$$

$$\forall x.(D(\underline{ax}) \rightarrow E(x)) \wedge$$

$$\forall x.(D(\underline{bx}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(E(\underline{ax}) \rightarrow E(x)) \wedge$$

$$\forall x.(E(\underline{bx}) \rightarrow E(x)) \wedge$$

$$\forall x.(F(\underline{ax}) \rightarrow F(x)) \wedge$$

$$\forall x.(F(\underline{ax}) \rightarrow F(x))$$

FINAL : $E(\epsilon)$

Resultat — NFA

Resultat — NFA

Teorem 8.1

Om w blir akseptert, så er $\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$ bevisbart.

Beviset følger trinn for trinn kjøringen av automaten.

Resultat — NFA

Teorem 8.1

Om w blir akseptert, så er $\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$ bevisbart.

Beviset følger trinn for trinn kjøringen av automaten.

Teorem 8.2

Om w blir ikke akseptert, så kan $\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$ falsifiseres.

Resultat — NFA

Teorem 8.1

Om w blir akseptert, så er $\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$ bevisbart.

Beviset følger trinn for trinn kjøringen av automaten.

Teorem 8.2

Om w blir ikke akseptert, så kan $\text{START}(w) \wedge \text{TRANSITIONS} \rightarrow \text{FINAL}$ falsifiseres.

Anta w ikke akseptert. Vi får en falsifikasjon ved å ha som univers alle ord i alfabetet. For alle tilstander H : Anta at $w = uv$ og at vi ender opp med en tilstand H etter å ha lest u . Da tolker vi $H(v)$ som sann. Alle andre atomære setninger er usanne. Da ser vi at START og TRANSITIONS er sanne, mens FINAL er usann,