INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 8: Beskrivelser — første-ordens logikk

UiO : Institutt for informatikk

Sist oppdatert: 2012-02-07 16:14

8.1 Beskrivelse — første ordens logikk

Termer og ord

DFA : manipuleringer av ord i endelig alfabet
Idé : Kan beskrive et ord som en term i første ordens logikk.

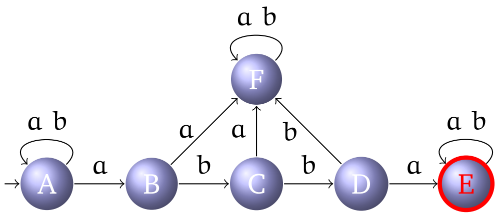
- Anta at vi har alfabetet $\{a, b\}$
- I signaturen har vi
  - Unære funksjonssymboler $\underline{a}$ og $\underline{b}$
  - Konstant symbol ε
- Tilsvarende med større alfabet

Oversettelse

$$\begin{array}{c|c} \underline{\varepsilon} & \varepsilon \\ \underline{ax} & \underline{a}(\underline{x}) \\ \underline{bx} & \underline{b}(\underline{x}) \end{array}$$

Oversettelsen erstatter a med $\underline{a}$ og b med $\underline{b}$ — og føyer en ε til slutt.

Eksempel — NFA



- 1 konstant symbol ε
- 2 unære funksjons symboler $\underline{a}$, $\underline{b}$
- 6 unære relasjons symboler A, B, C, D, E, F

Vi skal beskrive en kjøring av ordet w på automaten ved

$$\mathrm{START}(w) \wedge \mathrm{TRANSITIONS} \to \mathrm{FINAL}$$

Formelen — NFA

START(w): $A(\underline{w})$

TRANSITIONS :

$$\begin{gathered}
\forall x.(A(\underline{a}x) \to A(x)) \wedge \\
\forall x.(A(\underline{b}x) \to A(x)) \wedge \\
\forall x.(A(\underline{a}x) \to B(x)) \wedge \\
\forall x.(B(\underline{a}x) \to F(x)) \wedge \\
\forall x.(B(\underline{b}x) \to C(x)) \wedge \\
\forall x.(C(\underline{a}x) \to F(x)) \wedge \\
\forall x.(C(\underline{b}x) \to D(x)) \wedge \\
\forall x.(D(\underline{a}x) \to E(x)) \wedge \\
\forall x.(D(\underline{b}x) \to F(x)) \wedge \\
\forall x.(E(\underline{a}x) \to E(x)) \wedge \\
\forall x.(E(\underline{b}x) \to E(x)) \wedge \\
\forall x.(F(\underline{a}x) \to F(x)) \wedge \\
\forall x.(F(\underline{a}x) \to F(x))
\end{gathered}$$

FINAL : $E(\varepsilon)$

Resultat — NFA

Teorem 8.1

Om w blir akseptert, så er $\mathrm{START}(w) \wedge \mathrm{TRANSITIONS} \to \mathrm{FINAL}$ bevisbart.

Beviset følger trinn for trinn kjøringen av automaten.

Teorem 8.2

Om w blir ikke akseptert, så kan $\mathrm{START}(w) \wedge \mathrm{TRANSITIONS} \to \mathrm{FINAL}$ falsifiseres.

Anta w ikke akseptert. Vi får en falsifikasjon ved å ha som univers alle ord i alfabetet. For alle tilstander H: Anta at $w = uv$ og at vi ender opp med en tilstand H etter å ha lest u. Da tolker vi $H(v)$ som sann. Alle andre atomære setninger er usanne. Da ser vi at START og TRANSITIONS er sanne, mens FINAL er usann,