

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 11: Turingmaskiner



UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-02-21 10:00

11.1 Turingmaskiner

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} 378 \\ 123 \\ \hline \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} 378 \\ 123 \\ \hline 1134 \\ \hline \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} 378 \\ 123 \\ \hline 1134 \\ 756 \\ \hline \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} 378 \\ 123 \\ \hline 1134 \\ 756 \\ 378 \\ \hline \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r}
 3 \ 7 \ 8 \\
 1 \ 2 \ 3 \\
 \hline
 1 \ 1 \ 3 \ 4 \\
 7 \ 5 \ 6 \\
 3 \ 7 \ 8 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline 1 \\ 7 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline 1 \\ 7 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline 1 \\ 7 \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 1 \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} 378 \\ 123 \\ \hline 1134 \\ 756 \\ 378 \\ \hline 46494 \end{array}$$

- Beregninger kan gjøres på rutepapir

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \hline
 1 \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

- Beregninger kan gjøres på rutepapir
- Trenger ekstra blanke ruter

Regning på rutepapir

$$\begin{array}{r} 3 \quad 7 \quad 8 \\ 1 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 3 \quad 4 \\ 7 \quad 5 \quad 6 \\ 3 \quad 7 \quad 8 \\ \hline 4 \quad 6 \quad 4 \quad 9 \quad 4 \end{array}$$

- Beregninger kan gjøres på rutepapir
- Trenger ekstra blanke ruter
- Jeg — som turingmann — brukte 4 aktive ruter

Turings analyse

Turings analyse

- Turing tillater langt flere tilstander
- Klarer oss med 1 aktiv rute

Turings analyse

- Turing tillater langt flere tilstander
- Klarer oss med 1 aktiv rute
- Beregningen kan gjøres på 1-dimensjonal tape

Turings analyse

- Turing tillater langt flere tilstander
- Klarer oss med 1 aktiv rute
- Beregningen kan gjøres på 1-dimensjonal tape
- Bevege aktiv rute — høyre/venstre/stopp

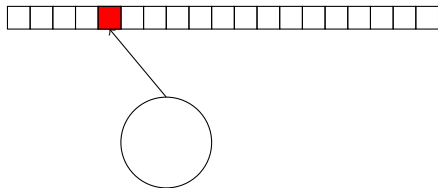
Turings analyse

- Turing tillater langt flere tilstander
- Klarer oss med 1 aktiv rute
- Beregningen kan gjøres på 1-dimensjonal tape
- Bevege aktiv rute — høyre/venstre/stopp
- Klarer oss med 2 symboler i alfabetet

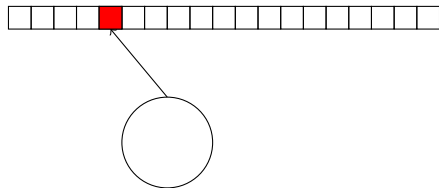
Turings analyse

- Turing tillater langt flere tilstander
- Klarer oss med 1 aktiv rute
- Beregningen kan gjøres på 1-dimensjonal tape
- Bevege aktiv rute — høyre/venstre/stopp
- Klarer oss med 2 symboler i alfabetet
- Kan utføre en hvilken som helst beregning slik

Turings maskin

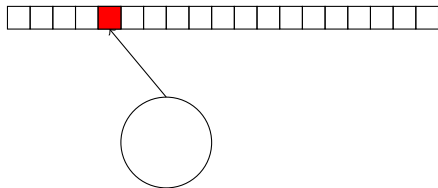


Turings maskin



Regne medium: Rute tape

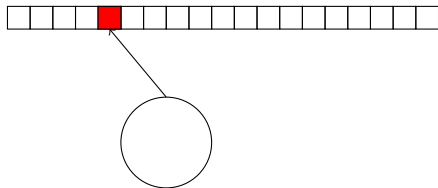
Turings maskin



Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet

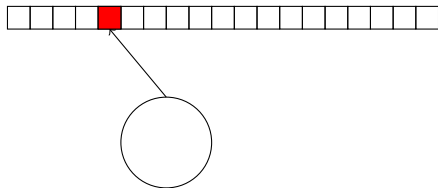
Turings maskin



Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol

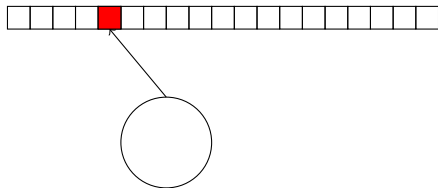
Turing maskin



Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol
- lese, skrive

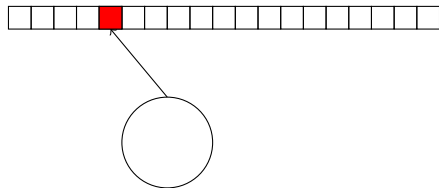
Turings maskin



Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol
- lese, skrive
- venstre, høyre, stopp

Turings maskin

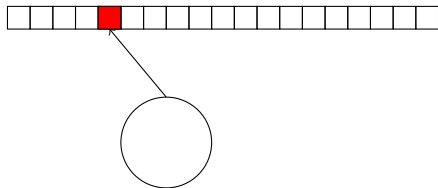


Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol
- lese, skrive
- venstre, høyre, stopp

Kontroll: DFA med start tilstand og stopp tilstand

Turings maskin



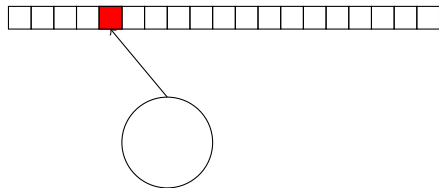
Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol
- lese, skrive
- venstre, høyre, stopp

Kontroll: DFA med start tilstand og stopp tilstand

Transisjon: vokter;aksjon

Turings maskin



Regne medium: Rute tape

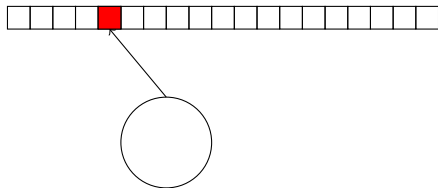
- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol
- lese, skrive
- venstre, høyre, stopp

Kontroll: DFA med start tilstand og stopp tilstand

Transisjon: vokter;aksjon

vokter: tilstand + les symbol

Turings maskin



Regne medium: Rute tape

- 1 dimensjonal, ubegrenset, endelig beskrevet
- 1 aktiv rute, hver rute — 1 symbol
- lese, skrive
- venstre, høyre, stopp

Kontroll: DFA med start tilstand og stopp tilstand

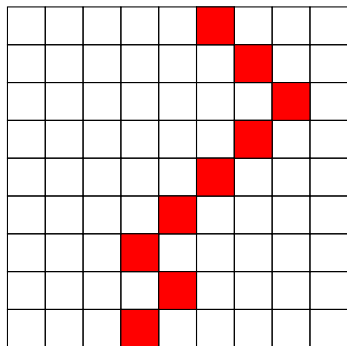
Transisjon: vokter;aksjon

vokter: tilstand + les symbol

aksjon: ny tilstand + skriv symbol + bevegelse
(venstre/høyre/stopp)

Tid og rom og fliser

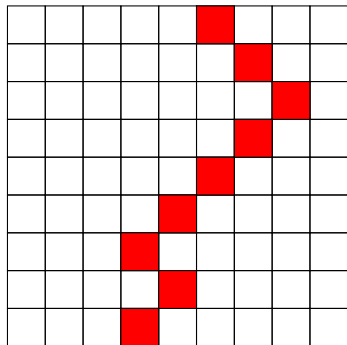
Tid og rom og fliser



Tape: Horisontal rad — aktiv rute er rød

Tid: Antall rader

Tid og rom og fliser

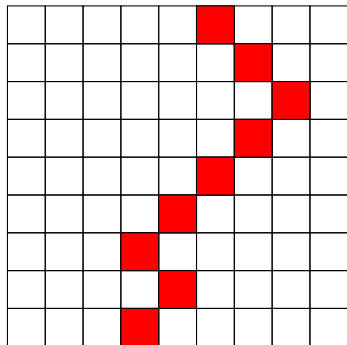


Tape: Horisontal rad — aktiv rute er rød

Tid: Antall rader

Rom: Antall kolonner

Tid og rom og fliser



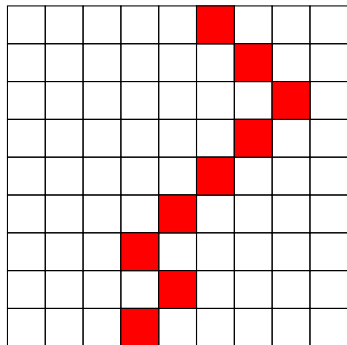
Tape: Horisontal rad — aktiv rute er rød

Tid: Antall rader

Rom: Antall kolonner

Fliser: Beregning som fliseleggingsproblem


Tid og rom og fliser



Tape: Horisontal rad — aktiv rute er rød

Tid: Antall rader

Rom: Antall kolonner

Fliser: Beregning som fliseleggingsproblem 

Fliselegging

Fliselegging

Hver a i alfabetet:



Transisjon $(b,p;c,q,R)$:



Fliselegging

Hver a i alfabetet:



Transisjon $(b,p;c,q,R)$:



Transisjon $(b,p;c,q,L)$:



Fliselegging

Hver a i alfabetet:



Transisjon $(b,p;c,q,R)$:



Transisjon $(b,p;c,q,L)$:



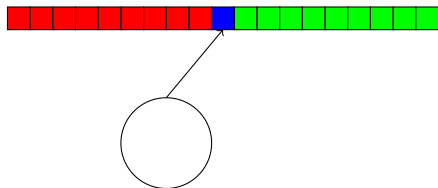
Hver b i alfabetet og q tilstand:



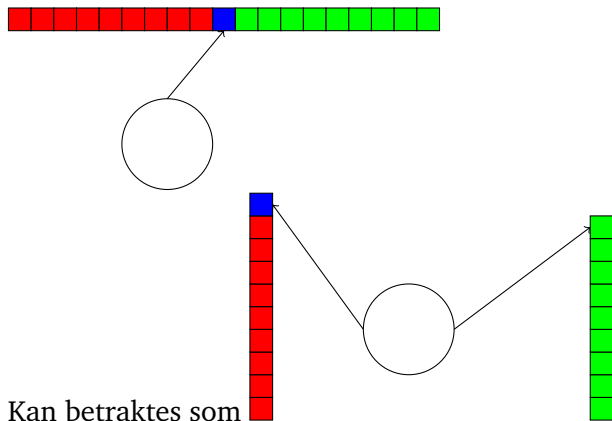
og



PDA med to stacker



PDA med to stacker



Kan betraktes som

Maskiner med to registre

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet 0,1

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet 0,1
- Stackene er to binære tall

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet 0,1
- Stackene er to binære tall
- Stack-operasjonene

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet 0,1
- Stackene er to binære tall
- Stack-operasjonene
 - **Push 0:** Dobling — $m \mapsto 2m$

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet 0,1
- Stackene er to binære tall
- Stack-operasjonene
 - Push 0:** Dobling — $m \mapsto 2m$
 - Push 1:** Dobling + legg til 1 — $m \mapsto 2m + 1$

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet $0,1$
- Stackene er to binære tall
- Stack-operasjonene
 - Push 0:** Dobling — $m \mapsto 2m$
 - Push 1:** Dobling + legg til 1 — $m \mapsto 2m + 1$
 - Pop:** Halvering — $m \mapsto \lceil m/2 \rceil$

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet 0,1
- Stackene er to binære tall
- Stack-operasjonene
 - Push 0:** Dobling — $m \mapsto 2m$
 - Push 1:** Dobling + legg til 1 — $m \mapsto 2m + 1$
 - Pop:** Halvering — $m \mapsto \lceil m/2 \rceil$
 - Top?:** Finn paritet

Maskiner med to registre

- Turing maskin som PDA med to stacker
- Alfabetet $0,1$
- Stackene er to binære tall
- Stack-operasjonene
 - Push 0:** Dobling — $m \mapsto 2m$
 - Push 1:** Dobling + legg til 1 — $m \mapsto 2m + 1$
 - Pop:** Halvering — $m \mapsto \lceil m/2 \rceil$
 - Top?:** Finn paritet

Enhver beregning kan utføres på en maskin med to registre med tall der vi kan halvere, fordoble og finne paritet