

Turingmaskiner

Når vi her skal lage turingmaskiner, må vi være nøye på enkelte ting. Følgende må spesifiseres for hver oppgave:

- Hvordan ser tapen ut før maskinen starter?
- Hvordan skal tapen se ut når maskinen stopper?
- Hvor på tapen peker lese/skrivehodet når maskinen starter?
- Hvor på tapen peker lese/skrivehodet når maskinen stopper?

Du kan gjerne bruke JFLAP for å lage turing-maskiner. Når man kjører en turing-maskin i JFLAP begynner lese/skrivehodet på første symbol i input-strengen. Man kan bygge større maskiner ved å lime sammen mindre, og i JFLAP gjøres dette på følgende måte: Si at du har lagd en maskin A, og vil bruke denne inne i maskin B. Det er viktig at maskin A har en final tilstand når beregningen er utført, denne markerer når man går “ut” av maskin A og tilbake til B igjen. Lagre maskin A med passende navn. I maskin B kan du bruke *Building Block Creator* og sette inn maskin A. Du kan bruke helt vanlige transisjoner ut og inn av blokken A når du bygger B. Transisjonene ut av A vil bli forsøkt traversert når A er i en final tilstand. Når du importerer en turingmaskin som *Building Block* vil ikke denne endre på seg, selv om du endrer maskinen du lagde byggestenen av.

Flere JFLAP-tips: Det finnes noen spesialtegn man kan benytte når man lager turingmaskiner i JFLAP. “!” indikerer negasjon, !x betyr “alle symboler bortsett fra x”. Dette kan både benyttes ved lesing og skrivning. “~” betyr “det lesehodet peker på akkurat nå” og kan for eksempel brukes i kombinasjon med “!x”. Hvis du vil uttrykke “alt annet enn blank celle”, bruk bare !, utropstegn er et spesialtegn i JFLAP og kan således ikke være et symbol i alfabetet den jobber over.

Oppgave 11.1

Her skal vi lage noen vedlikeholdsmaskiner, maskiner som gjør nødvendige små-oppgaver for å vedlikeholde input-tapen når forskjellige større oppgaver skal utføres. Vi jobber over alfabetet $\{1, +, -, /, \times, \#\}$. Du trenger ikke gjøre alle disse oppgavene, men lag maskinene etter hvert som du trenger dem i oppgave 2.

- Lag en maskin som spoler helt til venstre, og legger lesehodet på første blanke celle til venstre for der lesehodet er når den starter. Kall denne maskinen *spolVenstre*.
- Lag tilsvarende for spol høyre. **Tips:** I JFLAP kan du skrive ! i READ og ~ i WRITE, da spoler man frem/tilbake i tapen til man møter en blank celle.
- Si at vi har en input-tape på formen $(1 \vee + \vee \#)^*$. Lag en turing-maskin som erstatter + med 1 og som sletter alle forekomster av #. Det skal ikke være noen hull på tapen, altså blanke celler mellom de resterende 1ere. Kall maskinen *ren*.
- Lag en turingmaskin som kopierer alt på tapen ett hakk til venstre. Maskinen starter med å flytte tegn fra der leserhodet er plassert ved start, og kopierer alt ett trinn. Når maskinen er ferdig og går i halt, skal lesehodet peke på samme rute som den startet. Denne maskinen trenger en tilstand per symbol i alfabetet, en starttilstand, en tilstand for å “spole tilbake” og en halt-tilstand. Hvis du bruker JFLAP, lagre maskinen som *kopiVenstre*.
- Hva trengs å endres om man vil lage en som kopierer alle tegn et hakk til høyre i stedet? Bruker du JFLAP, åpne *kopiVenstre*, gjør nødvendige endringer og lagre som *kopiHøyre*. Gjør du oppgavene på papir, bare skriv en setning om hva som må til.

Oppgave 11.2

Vi lager maskiner over alfabetet $\{1, +, -, /, \times, \#\}$, og skal lage maskiner som utfører enkle beregninger. Alle tallene vil være representert i det unære tall-systemet. ϵ er 0, 1 er 1, 11 er 2, etc.

- (a) $M + 1$. Lag en maskin som gitt et unært tall M etterlater seg det unære tallet $M + 1$ på tapen. Maskinen skal forutsette at lesehodet står på første siffer i M når den begynner, og siste siffer i $M + 1$ når den går i halt. Kall maskinen *etterfølger*.
- (b) $M - 1$. Lag en maskin som gitt et unært tall $M > 1$ etterlater seg $M - 1$ på tapen. Maskinen skal forutsette at lesehodet står på første siffer i M når den begynner, og siste siffer i $M - 1$ når den går i halt. Kall maskinen *forgjenger*.
- (c) $M + N$. Bruk *etterfølger* og *forgjenger* til å lage en maskin som regner ut $M + N$. *spolVenstre* kan også vise seg å være nyttig. Lesehodet skal starte helt til venstre i tapen, og ende helt i venstre på input-tapen når maskinen går i halt.
- (d) Prøv å lage en turingmaskin som regner ut $M + N$, men som kun bruker to tilstander. Maskinen kan for eksempel starte på første symbol til venstre på tapen, og ende på siste symbol til høyre.
- (e) $2M$. Lag en maskin som dupliserer M . Her blir hjelpesymbolet $\#$ nyttig. Du burde også bruke $+$ for å markere et-tall som "er lest" i M . Når jobben er gjort kan du kalle *ren* for å rydde opp på tapen.
- (f) $3M$. Tilsvarende som $2M$.
- (g) $N \times M$. Lag en maskin som ganger M med N . Her kan man få bruk for diverse spoling.
- (h) $M - N$. Vi forutsetter at $M > N$. Bruker du $\#$ for å markere "leste" tall kan du rengjøre tapen med *ren* til slutt.
- (i) Forsøk å lag en maskin for M/N også, vi forutsetter at svaret må bli et positivt heltall for at maskinen skal fungere.
- (j) Lag en turing-maskin som undersøker tapen og finner ut om den skal kjøre $M + N$, $M - N$, $M \times N$ eller M/N alt etter som hvilket tegn den møter midt mellom alle 1-tall. Deretter kaller den riktig maskin. Du har herved lagd en fullverdig turingmaskin-kalkulator.