INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 13: Flittige bevere

UiO : Institutt for informatikk

Sist oppdatert: 2012-02-29 10:20

13.1 Flittige bevere

Om bevere og maskiner

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere
  - Hver transisjon kan utføre $2(N+1)2$ handlinger

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere
  - Hver transisjon kan utføre $2(N+1)2$ handlinger
  - Det er $(4N+4)^{2N}$ slike maskiner

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere
  - Hver transisjon kan utføre $2(N+1)2$ handlinger
  - Det er $(4N+4)^{2N}$ slike maskiner
  - Noen av disse er bevere — andre stopper ikke

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere
  - Hver transisjon kan utføre $2(N+1)2$ handlinger
  - Det er $(4N+4)^{2N}$ slike maskiner
  - Noen av disse er bevere — andre stopper ikke
- Flittig N-bever: N-bever som produserer flest mulig 1-ere

Om bevere og maskiner

- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere
  - Hver transisjon kan utføre $2(N+1)2$ handlinger
  - Det er $(4N+4)^{2N}$ slike maskiner
  - Noen av disse er bevere — andre stopper ikke
- Flittig N-bever: N-bever som produserer flest mulig 1-ere
- Bever funksjonen: $\beta(N)$ — antall produsert av flittig N-bever

Om bevere og maskiner

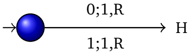
- Vi ser på maskiner i alfabetet 0,1 — 0 er blank

Bever: En slik maskin som stopper

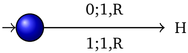
bever: Bever med N tilstander + stopp tilstand

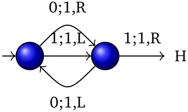
- For turingmaskiner i 0,1 med N tilstander + stopp
  - Det er 2N voktere
  - Hver transisjon kan utføre $2(N+1)2$ handlinger
  - Det er $(4N+4)^{2N}$ slike maskiner
  - Noen av disse er bevere — andre stopper ikke
- Flittig N-bever: N-bever som produserer flest mulig 1-ere
- Bever funksjonen: $\beta(N)$ — antall produsert av flittig N-bever
- $\beta(1) = 1$, $\beta(2) = 4$, $\beta(3) = 6$, $\beta(4) = 13$, $\beta(5) \geqslant 4098$

Kjente flittige bevere

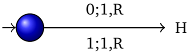


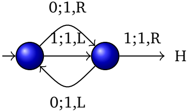
Kjente flittige bevere

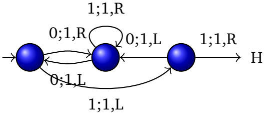




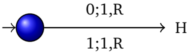
Kjente flittige bevere

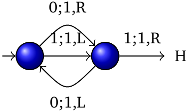


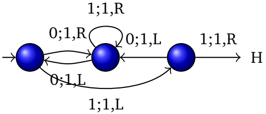


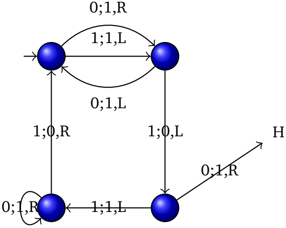


Kjente flittige bevere









Beverfunksjonen er ikke beregnbar

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander
- Tallet $f(f(n))$ kan beregnes med $n + 2k$ tilstander fra blank

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander
- Tallet $f(f(n))$ kan beregnes med $n + 2k$ tilstander fra blank
- $\beta(n + 2k)$

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander
- Tallet $f(f(n))$ kan beregnes med $n + 2k$ tilstander fra blank
- $\beta(n + 2k) \geqslant f(f(n))$

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander
- Tallet $f(f(n))$ kan beregnes med $n + 2k$ tilstander fra blank
- $\beta(n + 2k) \geqslant f(f(n)) \geqslant f(n^2)$

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander
- Tallet $f(f(n))$ kan beregnes med $n + 2k$ tilstander fra blank
- $\beta(n+2k) \geqslant f(f(n)) \geqslant f(n^2) \succ f(n+2k)$

Beverfunksjonen er ikke beregnbar

- La $f(n)$ være en beregnbar funksjon
  - Turing maskin med k tilstander i alfabetet 0,1
  - Starter beregningen til venstre for n 1'ere — ellers bare 0
  - Stopper beregningen til venstre for $f(n)$ 1'ere — ellers bare 0
  - Antar at $f(n) > n^2$ — f vokser raskere enn lineært
  - Antar f er strengt voksende — $f(n+1) > f(n)$
- $f(f(n))$ kan beregnes med $2k$ tilstander
- Tallet $f(f(n))$ kan beregnes med $n + 2k$ tilstander fra blank
- $\beta(n+2k) \geqslant f(f(n)) \geqslant f(n^2) \succ f(n+2k)$
- Det siste gjelder for alle tilstrekkelig store n — Slutt bevis