Forelesning 14 INF2080 – Logikk og beregninger

Ikke beregnbart

14.1 Ikke beregnbart

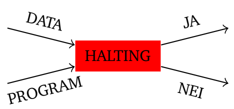
Beverfunksjonen

- Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen
- Nedenfor skal vi gi et generelt argument for dette
- Må skille mellom ekstensjonale og intensjonale egenskaper

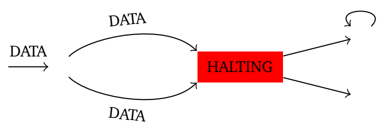
- Beregninger har et fast antall tilstander
- Ingen begrensninger i tid eller rom

Stoppeproblemet

- Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- Inn: PROGRAM + DATA
- Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



endres til



- Kaller den nye maskinen $\mathcal{T}$
- $\mathcal{T}$ anvendt på $\mathcal{T}$ stopper
- $\Leftrightarrow$ HALTING stopper i øverste utgang
- $\Leftrightarrow$ $\mathcal{T}$ anvendt på $\mathcal{T}$ stopper ikke
- HALTING finnes ikke

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Total maskin som alltid stopper

- Beregnbart/avgjørbart — maskinen er total og svarer JA/NEI
- Enkelt — partiell maskin som svarer JA om PROGRAM stopper
- Umulig — total maskin som svarer JA om program stopper
- Umulig — partiell maskin som svarer NEI om program stopper ikke

Motsigelses bevis

- Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- Start: Anta at det fins maskin $\mathcal{M}$ som avgjør problem $\mathcal{P}$
- Ved å bruke kirurgi lager vi ny maskin $\mathcal{N}$ fra $\mathcal{M}$
- Det viser seg at $\mathcal{N}$ løser stoppeproblemet
- Dette er umulig
- Det kan ikke finnes noen slik maskin $\mathcal{M}$

Dette er en ganske avansert tenkemåte — motsigelses bevis. Prøv å tenke etter hvordan en kan argumentere med og konstruere maskiner som ikke finnes.

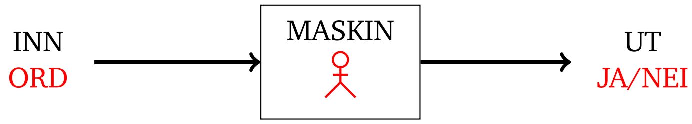
Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Intensjonalt: Om koden til en maskin

Avgjørbart: Kan avgjøres av total maskin



- Ekstensjonal egenskap : Egenskap ved input / output
- Intensjonal egenskap : Egenskap ved transisjonene utfører

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Teorem 14.1
Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat $\dashv$

- Anta at $\mathcal{P}$ er et slikt predikat
- La UNDEF være maskinen som aldri stopper
- Enten tilfredsstiller UNDEF $\mathcal{P}$ eller ikke.
- Anta først at UNDEF tilfredsstiller $\mathcal{P}$ og la Q tilfredsstille $\neg\mathcal{P}$
- Da kan vi løse STOPPEPROBLEMET ved å bruke $\mathcal{P}$
- Samme argument om UNDEF tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$
- Motsigelse — $\mathcal{P}$ er ikke avgjørbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller $\mathcal{P}$ og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
2. Start R på dets input
3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
4. Om R ikke stopper, så bare fortsett

- Om $\mathtt{R}$ stopper, så er $\mathtt{S}$ ekstensjonalt lik $\mathtt{Q}$
- Om $\mathtt{R}$ ikke stopper, så er $\mathtt{S}$ ekstensjonalt lik UNDEF
- Ved å bruke $\mathcal{P}$ på $\mathtt{S}$ kan vi avgjøre om $\mathtt{R}$ stopper eller ikke
- Motsigelse — vi kan ikke avgjøre $\mathcal{P}$

Tilsvarende om UNDEF tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. I begge tilfeller får vi at $\mathcal{P}$ er ikke avgjørbart.

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- Kan ikke forutsi input/output fra kode
- Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser
- STOPP er ekstensjonal egenskap
- STOPP er ikke triviell — fins en maskin som stopper og en annen maskin som ikke stopper
- STOPP kan ikke avgjøres
- Fins bare partiell maskin for STOPP — uinteressant maskin
- Tilsvarende argumenter for andre ekstensjonale egenskaper