

Ikke beregnbarhet

Oppgave 14.1

I det forrige oppgavesettet så vi på to busy beaver-funksjoner nærmere i sømmene. Nå skal vi vise at de ikke er beregnbare. Vi trenger ikke så mye for å få til dette.

- Vi antar at vi har en maskin BB som beregner S , med b tilstander.
- Vi har allerede definert maskinen $M \times N$, som ganger to unær-tall. Denne har m tilstander.
- Vi har allerede definert $spolVenstre$ som spoler lese/skrive-hodet til venstrestre og legger seg på første blanke celle den ser. Denne har 2 tilstander.
- Vi kan lage en maskin $Skriv_n$ som består av $n + 1$ tilstander og skriver n entall til input-strengen.
- Vi kan med disse maskinene lage en maskin som skriver en streng på formen $1^n \times 1^n$, spoler til venstre og så kjører $M \times N$. Til slutt spoler maskinen til venstre igjen og kjører BB . Vi kaller denne maskinen for *Motsigelse*.

Denne siste maskinen regner altså ut $S(2n)$.

- (a) Hvor mange tilstander er det i maskinen *Motsigelse*?
- (b) Hvor stor streng vil BB skrive når den blir kjørt i *Motsigelse*?
- (c) Hvor mange steg vil *Motsigelse* bruke for å kjøre?

Oppgave 14.2

Med en gang vi har svarene på spørsmålene over, kan vi komme med et bevis for at beverfunksjonen S ikke er beregnbart. Vi får nemlig at $S(2n + m + b + 7) \geq S(n^2)$. Hvorfor blir dette en motsigelse?