

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 15: Logikk



UiO **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-03-22 10:03

15.1 Logikk

15.1 Logikk Språket

Språket

Verum: \top

Falsum: \perp

Negasjon: \neg

Konjunksjon: \wedge

Disjunksjon: \vee

Kondisjonal: \rightarrow

Invers kondisjonal: \leftarrow

Bikondisjonal: \leftrightarrow

Universell kvantor: \forall

Eksistensiell kvantor: \exists

- Frie og bundne variable
- Signatur
- Formler, litteraler, setninger

15.1 Logikk Negasjons normal form

Negasjons normal form

$$A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (A \leftarrow B)$$

$$A \leftarrow B \Leftrightarrow B \rightarrow A$$

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$$

$$\perp \Leftrightarrow A \wedge \neg A$$

$$\top \Leftrightarrow A \vee \neg A$$

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg \forall x. Fx \Leftrightarrow \exists x. \neg Fx$$

$$\neg \exists x. Fx \Leftrightarrow \forall x. \neg Fx$$

$$\neg \neg A \Leftrightarrow A$$

Formler kan bygges opp fra litteraler ved $\wedge \vee \forall \exists$

Utsagnslogikk

- Formler bygd fra litteraler ved \wedge og \vee
- Falsifikasjonskalkyle
- Start med formel
- Lager tre av delformlene med konjunktive og disjunktive noder
- Konjunksjon — disjunktiv node (NB falsifikasjon)
- Disjunksjon — konjunktiv node
- Litteraler — bladnode
- Kvitt konjunktive noder ved delmengdekonstruksjon
- Resultat — sekventkalkyle

Sekventkalkyle

Sekventer: Endelig mengde formel — ofte skrevet Γ eller Δ . Skriver Γ, F for $\Gamma \cup \{F\}$ og F for $\{F\}$

Aksiom: En sekvent som inneholder både en litteral og dens negasjon

Konnektiver	$\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$	$\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$
	$\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$	$\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$

\forall -kvantor: a er en **ny** variabel, ikke med i $\Gamma, \forall x.Fx$

\exists -kvantor: t er en term. Språket inneholder minst en term.

Tosidig Sekventkalkyle

Sekvent: $\Gamma \vdash \Delta$, Γ suksedent, Δ antesedent

Aksiom: $\Gamma, A \vdash \Delta$, A med A atomær

	<i>antesedent</i>	<i>suksedent</i>
\neg	$\frac{\Gamma \vdash \Delta, F}{\Gamma, \neg F \vdash \Delta}$	$\frac{\Gamma, F \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta, \neg F}$
\wedge	$\frac{\Gamma, F, G \vdash \Delta}{\Gamma, F \wedge G \vdash \Delta}$	$\frac{\Gamma \vdash \Delta, F \quad \Gamma \vdash \Delta, G}{\Gamma \vdash \Delta, F \wedge G}$
\vee	$\frac{\Gamma, F \vdash \Delta \quad \Gamma, G \vdash \Delta}{\Gamma, F \vee G \vdash \Delta}$	$\frac{\Gamma \vdash \Delta, F, G}{\Gamma \vdash \Delta, F \vee G}$
\rightarrow	$\frac{\Gamma \vdash \Delta, F \quad \Gamma, G \vdash \Delta}{\Gamma, F \rightarrow G \vdash \Delta}$	$\frac{\Gamma, F \vdash \Delta, G}{\Gamma \vdash \Delta, F \rightarrow G}$

og regler for kvantorene