

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 16: Analyse og syntese



UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-03-22 10:03

16.1 Analyse og syntese

Kalkylen

- En kalkyle i logikk — sekventkalkyle
- Tre med binære forgreninger og sekventer ved nodene
- Sekventen vi skal undersøke — i rotnoden
- Aksiomer — i løvnoder

Sekventer: Endelig mengde formler

Aksiom: Både en litteral og dens negasjon

Regler:	Konnektiver	$\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$	$\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$
	Kvantorer	$\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$	$\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$

En kalkyle — to tolkninger

Analyse: Starter med sammensatt uttrykk som brytes ned

Syntese: Starter med mange enkle deler som bygges opp

	Analyse	Syntese
Tolking	Falsifikasjon	Gyldighet
Retning	Nedenfra	Ovenfra
Sekvent	Konjunktiv	Disjunktiv
Forgrening	Disjunktiv	Konjunktiv

Over til detaljer

Analyse

- Prøver å falsifisere samtlige formler i en sekvent
- Et aksiom lar seg ikke falsifisere

• Reglene —

$\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$	$\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$
$\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$	$\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$

- Konnektiver — falsifikasjonen sprer seg oppover
- Sekvent-konjunktiv , forgrening-disjunktiv
- Kvantorer — a ny variabel, $\exists x.Fx$ gjentas
- Analysen vellykket — fins grein uten aksiom
- Ved analysen tar vi vekk $\wedge \vee \forall$, mens \exists og litteraler blir bevart

Fair analyse

- Med kvantorer kan vi risikere uendelige analysetrær

.....

$$\frac{\exists x. \forall y. F(x, y), \forall y. F(c, y), F(a, b), F(b, c)}{\frac{\exists x. \forall y. F(x, y), F(a, b), F(b, c)}{\frac{\exists x. \forall y. F(x, y), \forall y. F(b, y), F(a, b)}{\frac{\exists x. \forall y. F(x, y), F(a, b)}{\frac{\exists x. \forall y. F(x, y), \forall y. F(a, y)}{\exists x. \forall y. F(x, y)}}}}$$

- Vi får dette med $\exists\forall$ eller med \exists sammen med funksjonssymboler i språket
- Vi vet hvordan vi skal få til en fair prosess — alt som kan analyseres blir før eller senere analysert
- Gitt en sekvent — vi kan konstruere et fair analysetre over sekventen

Syntese

- Prøver å gjøre sekventene gyldige
- Et aksiom er gyldig

• Reglene —

$\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$	$\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$
$\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$	$\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$

- Konnektiver — gyldighet sprer seg nedover
- Sekvent-disjunktiv , forgrening-konjunktiv
- Kvantorer — a ny variabel, $\exists x.Fx$ gjentas
- Syntesen vellykket — alle greiner inneholder aksiom