

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 16: Analyse og syntese



UiO **I**nstitut for informatikk

Sist oppdatert: 2012-03-22 10:03

16.1 Analyse og syntese

Kalkylen

- En kalkyle i logikk — sekventkalkyle
- Tre med binære forgreninger og sekventer ved nodene
- Sekventen vi skal undersøke — i rotnoden
- Aksiomer — i løvnoder

Sekventer: Endelig mengde formler

Aksiom: Både en litteral og dens negasjon

Regler:

| | | |
|-------------|--|---|
| Konnektiver | $\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$ | $\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$ |
| Kvantorer | $\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$ | $\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$ |

En kalkyle — to tolkninger

Analyse: Starter med sammensatt uttrykk som brytes ned

Syntese: Starter med mange enkle deler som bygges opp

| | Analyse | Syntese |
|------------|---------------|------------|
| Tolking | Falsifikasjon | Gyldighet |
| Retning | Nedenfra | Ovenfra |
| Sekvent | Konjunktiv | Disjunktiv |
| Forgrening | Disjunktiv | Konjunktiv |

Over til detaljer

Analyse

- Prøver å falsifisere samtlige formler i en sekvent
- Et aksiom lar seg ikke falsifisere

• Reglene —

| | |
|--|---|
| $\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$ | $\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$ |
| $\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$ | $\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$ |

- Konnektiver — falsifikasjonen sprer seg oppover
- Sekvent-konjunktiv , forgrening-disjunktiv
- Kvantorer — a ny variabel, $\exists x.Fx$ gjentas
- Analysen vellykket — fins grein uten aksiom
- Ved analysen tar vi vekk $\wedge \vee \forall$, mens \exists og litteraler blir bevart

Fair analyse

- Med kvantorer kan vi risikere uendelige analysetrær

.....

$$\frac{\exists x.\forall y.F(x, y), \forall y.F(c, y), F(a, b), F(b, c)}{\exists x.\forall y.F(x, y), F(a, b), F(b, c)}$$

$$\frac{\exists x.\forall y.F(x, y), \forall y.F(b, y), F(a, b)}{\exists x.\forall y.F(x, y), F(a, b)}$$

$$\frac{\exists x.\forall y.F(x, y), \forall y.F(a, y)}{\exists x.\forall y.F(x, y)}$$

- Vi får dette med $\exists\forall$ eller med \exists sammen med funksjonssymboler i språket
- Vi vet hvordan vi skal få til en fair prosess — alt som kan analyseres blir før eller senere analysert
- Gitt en sekvent — vi kan konstruere et fair analysetre over sekventen

Syntese

- Prøver å gjøre sekventene gyldige
- Et aksiom er gyldig

• Reglene —

| | |
|--|---|
| $\frac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$ | $\frac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$ |
| $\frac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$ | $\frac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$ |

- Konnektiver — gyldighet sprer seg nedover
- Sekvent-disjunktiv , forgrening-konjunktiv
- Kvantorer — a ny variabel, $\exists x.Fx$ gjentas
- Syntesen vellykket — alle greiner inneholder aksiom